

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Пермский государственный аграрно-технологический университет
имени академика Д.Н. Прянишникова»

К.Ю. Рысин, Н.К. Шестакова

МЕХАНИКА

Лабораторный практикум

Пермь
ИТЦ «Прокрость»
2022

УДК 533.7; 536
ББК 22.317; 22.36
Р 958

Рецензенты:

Вяткин Алексей Анатольевич, канд. физико-мат. наук, доцент кафедры физики и технологии физического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарного-педагогический университет».

Гурьянов Сергей Геннадьевич, канд. техн. наук, доцент кафедры технического сервиса и ремонта машин инженерного факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный аграрно-технологический университет имени академика Д.Н. Прянишникова».

Р 958 Рысин, К.Ю.

Механика : лабораторный практикум / К.Ю. Рысин, Н.К. Шестакова; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пермский аграрно-технологический университет имени академика Д.Н. Прянишникова». – Пермь : ИПЦ «Прокрость», 2022. – 81 с. ; ил. ; 20 см. – Библиогр.: с. 81. – 30 экз. – ISBN 978-5-94279-570-2. – Текст : непосредственный.

В лабораторном практикуме приводится описание лабораторных работ по механике, в которых излагается краткая теория, описание установок, порядок выполнения работ и математическая обработка результатов измерений. Дан также перечень вопросов для подготовки обучающихся к отчетам по лабораторным работам.

Лабораторный практикум предназначен для обучающихся по следующим направлениям подготовки: 20.03.01 – «Техносферная безопасность», 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», а также специальности 23.05.01 – «Наземные транспортно-технологические средства».

**УДК 533.7; 536
ББК 22.317; 22.36**

Утверждено в качестве лабораторного практикума Методической комиссией инженерного факультета ФГБОУ ВО Пермского ГАТУ (протокол №7 от 15.03.2022 г.).

ISBN 978-5-94279-570-2

© ИПЦ «Прокрость», 2022

© Рысин К.Ю., 2022

© Шестакова Н.К., 2022

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Правила техники безопасности при проведении работ в лабораториях физики.....	5
О записи измерений и оформлении отчета о выполнении лабораторной работы	6
Порядок обработки результатов	7
<i>Лабораторная работа 1.</i> Изучение законов прямолинейного движения на машине Атвуда	8
<i>Лабораторная работа 2.</i> Изучение законов вращательного движения твердого тела при помощи маятника Обербека.....	16
<i>Лабораторная работа 3.</i> Определение скорости полета снаряда с помощью баллистического маятника	25
<i>Лабораторная работа 4.</i> Определение момента инерции тела методом крутильных колебаний	31
<i>Лабораторная работа 5.</i> Определение момента инерции тел вращения с помощью маятника Максвелла	41
<i>Лабораторная работа 6.</i> Изучение центрального удара шаров.....	52
<i>Лабораторная работа 7.</i> Определение момента инерции ротора гироскопа по угловой скорости прецессии	61
<i>Лабораторная работа 8.</i> Определение максимальной мощности мотора	74
Заключение	80
Список использованной литературы	81

Введение

В высших учебных заведениях в процессе обучения немаловажная роль принадлежит лабораторным занятиям по физике. Лабораторные занятия по физике для обучающихся преследуют две цели: во-первых, дать возможность обучающимся познакомиться с наиболее важными приборами и овладеть основными методами точных физических измерений; во-вторых, более подробно ознакомиться с некоторыми явлениями и законами природы, для полного понимания которых одних лекций по физике бывает недостаточно. Проведение лабораторных работ способствует подготовке бакалавров и специалистов, знающих современную сложную технику, умеющих её использовать и совершенствовать.

Данный лабораторный практикум соответствует рабочим программам дисциплины «Физика» по заявленным направлениям подготовки и специальности.

Перед выполнением работы обучающийся должен четко представлять цель работы, знать устройство приборов и установок, уметь пользоваться ими и иметь краткий конспект описания данной работы. В большинстве случаев при физических измерениях приходится иметь дело с тремя последовательными операциями: установкой приборов, наблюдением и отсчетом. В конце каждой лабораторной работы присутствует перечень вопросов для подготовки обучающихся к отчетам по лабораторным работам.

Правила техники безопасности при проведении работ в лабораториях физики

1. К работе в лаборатории физики допускаются лица, достигшие 16-летнего возраста, прошедшие инструктаж по охране труда и не имеющие противопоказаний по состоянию здоровья.

2. Лица, допущенные в лаборатории физики, должны соблюдать правила внутреннего распорядка, расписание учебных занятий.

3. При работе в лабораториях физики возможно воздействие на обучающихся следующих опасных и вредных производственных факторов:

- термические ожоги при нагревании жидкостей и различных физических тел;
- порезы рук при небрежном обращении с лабораторной посудой и приборами из стекла;
- поражение электрическим током при работе с электроустановками.

4. В лаборатории физики запрещается использовать для занятий по другим предметам и для проведения сборов.

5. Пребывание обучающихся в помещении лаборатории физики разрешается только в присутствии преподавателя.

6. Лабораторные работы, лабораторный практикум обучающиеся должны проводить только в присутствии преподавателя физики или лаборанта.

7. Запрещается пользоваться разбитой или треснутой стеклянной посудой, применять приборы и устройства, не соответствующие требованиям безопасности труда.

8. Запрещается оставлять без присмотра работающие установки, электроизмерительные приборы и цепи, находящиеся под напряжением.

О записи измерений и оформлении отчета о выполнении лабораторной работы

Небрежности, допущенные в записи результатов отдельных измерений, в дальнейшем могут привести к грубым ошибкам и неправильным выводам при обработке результатов эксперимента.

На основании результатов экспериментальных измерений, занесенных в тетрадь, производится окончательная их обработка, вычисляются ошибки измерений и составляется законченный отчет по работе.

При сдаче отчета по лабораторной работе преподавателю предъявляются как записи отдельных измерений, так и результаты их обработки и краткие выводы.

Порядок обработки результатов

Поскольку случайные погрешности нельзя устранить, для получения более надежного результата производят несколько измерений одной и той же величины. Как правило, данные опытов заносят в таблицу согласно исходным положениям: пусть x – измеряемая величина; n – число измерений; x_i – результат i -го измерения, где $i = 1, 2 \dots n$.

Дальнейшая обработка полученных данных сводится к следующему:

1. Найти среднее арифметическое значение измеряемой величины:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

2. Найти абсолютную погрешность измерений. Для этого необходимо:

а) найти отклонение каждого результата измерений от среднего значения

$$\Delta x_i = |x_i - \langle x \rangle|;$$

- б) найти среднее арифметическое значение отклонений

$$\langle \Delta x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i.$$

3. Найти относительную погрешность измерений

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle} \cdot 100\%$$

При данном способе обработки результатов конечное значение искомой величины может быть представлено в виде

$$x = \langle x \rangle \pm \langle \Delta x \rangle,$$

то есть указывается интервал, в котором эта величина может находиться.

Лабораторная работа № 1.
Изучение законов прямолинейного движения
на машине Атвуда

Цель работы

Экспериментально проверить законы равноускоренного движения и второго закона Ньютона.

Приборы и принадлежности

Установка FPM–02, предназначенная для проведения опытов по изучению поступательного движения и проверки второго закона Ньютона.

Краткая теория

Поступательное движение твердого тела описывается законами Ньютона. Второй закон Ньютона описывается уравнением

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс тела.

В случае постоянных сил и массы $\vec{F} = m\vec{a}$, (1)

где \vec{F} – равнодействующая сила,

m – масса тела,

\vec{a} – ускорение, вектор которого совпадает с вектором силы.

При равноускоренном прямолинейном движении координата тела меняется с течением времени в соответствии с кинематическим уравнением движения

$$X(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad (2)$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t, \quad (3)$$

x_0 – начальная координата тела,

v_{0x} – проекция начальной скорости,

a_x – проекция ускорения точки на ось OX.

Машина Атвуда предназначена для проведения опытов по изучению поступательного движения и проверки второго закона Ньютона.

Общий вид машины Атвуда показан на рис. 1.1.

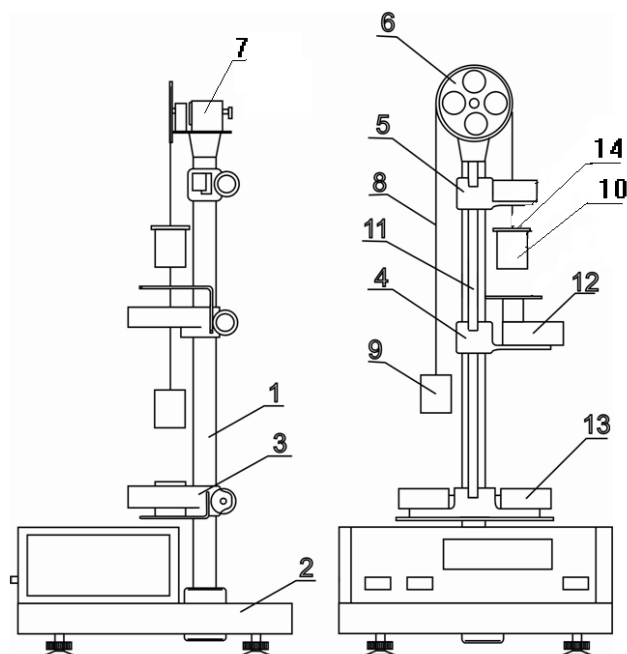


Рис. 1.1. Машина Атвуда

На вертикальной колонне (1), установленной в основании (2), закреплены три кронштейна: неподвижный нижний (3) и два подвижных – средний (4) и верхний (5). На верхней части колонны установлен блок (6) и электромагнит (7). Через блок проходит нить (8) с привязанными на ее концах грузами (9) и (10), имеющими одинаковые массы. Электромагнит удерживает систему блока с грузами в состоянии покоя. Верхний и средний кронштейны можно перемещать вдоль колонны и фиксировать в любом положении, устанавливая таким образом длину пути равноускоренного и равномерного движений. Для этого имеется миллиметровая шкала (11), все кронштейны имеют указатель положения, а верхний кронштейн – дополнительную черту для согласования нижней грани верхнего груза с началом пути движения.

На среднем и нижнем кронштейнах имеются фотоэлектрические датчики (12) и (13), которые регистрируют начало и конец движения груза (10). Секундомер фиксирует время пути равномерного движения груза (10). Устанавливают правый груз в верхнее положение, совмещая нижнюю грань груза с чертой на верхнем кронштейне, сверху помещают дополнительный грузик (14), который будем называть его перегрузком. При отключении электромагнита вся система начнет двигаться равноускорено. Правый груз с перегрузком, проходя средний кронштейн, оставляет перегрузок, и дальше уже движется равномерно до нижнего кронштейна.

Упражнение №1

Проверка уравнения движения:

$$S = \frac{at^2}{2}. \quad (4)$$

Система, состоящая из двух грузов и перегрузка, фиксируется электромагнитом. После нажатия клавиши «ПУСК» система начинает двигаться равноускорено от верхнего кронштейна за счет перегрузка Δm , находящемся на правом грузе (см. рис. 1.2).

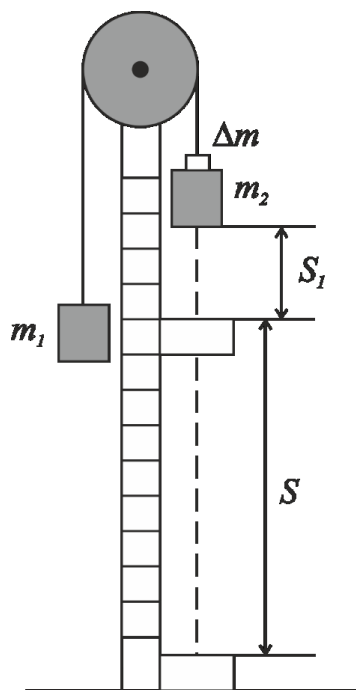


Рис. 1.2. Схема установки

Обозначим это расстояние S_1 . Правый груз, проходя средний кронштейн, освобождается от перегрузка Δm , и система из двух одинаковых грузов m_1 и m_2 продолжает двигаться уже равномерно. Это расстояние обозначим через S от среднего кронштейна до нижнего. Время t прохождения груза от среднего кронштейна до нижнего фиксируется секундометром при помощи фотодатчиков. Скорость равномерного движения определяется по формуле

$$v = \frac{S}{t} \quad (5)$$

Ускорение a на участке S_1 можно определить, используя формулу $v^2 = 2aS_1$,

$$a = \frac{v^2}{2S_1}, \quad (6)$$

где конечная скорость v определяется по формуле (5), S – фиксированное расстояние, тогда

$$a = \frac{S^2}{t_{\text{ср}}^2 2S_1}. \quad (7)$$

Используя закон пути (4), находим время t_1^2 для разных значений S_1

$$t_1^2 = \frac{2S_1}{a}. \quad (8)$$

Ускорение a будет постоянным, если использовать один и тот же перегрузок Δm .

В данном упражнении производится измерение времени равномерного движения груза с разной высоты S_1 . Для каждой высоты измерение времени производится 3 раза. Результаты записываются в таблицу 1.1.

Ускорение a рассчитывается по формуле (7) для соответствующих S_1, S_2, S_3 · $a = (a_{\text{ср}} \pm \Delta a) \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

По данным опыта строится график зависимости квадрата времени движения $t_{\text{ср}}^2$ (среднего из трех) от S_1 . Получение линейной связи между этими величинами является экспериментальным подтверждением формулы (4).

Таблица 1.1

№	S_1	t	t_{cp1}	S	a	$t_1^2 = \frac{2S_1}{a}$	Δa_1
1							
2							
3							
№	S_2	t	t_{cp2}	S	a	$t_2^2 = \frac{2S_2}{a}$	Δa_2
1							
2							
3							
№	S_3	t	t_{cp3}	S	a	$t_3^2 = \frac{2S_3}{a}$	Δa_3
1							
2							
3							
					a_{cp}		Δa_{cp}

Упражнение №2

Проверка второго закона Ньютона.

Рассмотрим динамику движущейся системы двух одинаковых грузов с перегрузком Δm (рис.1.3).

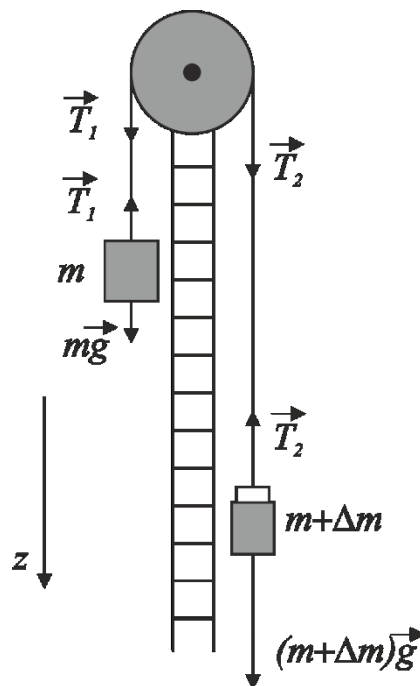


Рис. 1.3. Схема установки

Запишем для этих грузов 2^й закон Ньютона с учетом того, что масса блока m_0 имеет ненулевое значение и, следовательно,

сила натяжения нити справа T_2 будет больше силы натяжения нити слева T_1 . Выберем направление оси Z , совпадающим с ускорением свободного падения. Поскольку нить нерастяжима, учтем, что ускорения, с которыми движутся грузы, равны по величине и противоположны по знаку $a_2 = -a_1 = a$.

В проекции на ось Z уравнения движения грузов примут вид:

$$\left. \begin{aligned} (m + \Delta m)g - T_2 &= (m + \Delta m)a \\ mg - T_1 &= -ma \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Тогда

$$T_2 - T_1 = \Delta mg - 2ma - \Delta ma \quad (10)$$

За счет разности сил натяжения нити блок движется с угловым ускорением $\varepsilon = \frac{a}{r}$, где r – радиус блока. Согласно основному закону динамики для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси,

$$(T_2 - T_1)r - M_{\text{тр}} = J\varepsilon, \quad (11)$$

где $M_{\text{тр}}$ – момент сил трения. Момент инерции блока относительно оси симметрии для нашего случая равен

$$J = m_0 r^2$$

Тогда (11) принимает вид

$$(T_2 - T_1) - \frac{M_{\text{тр}}}{r} = m_0 a \quad (12)$$

Решая совместно уравнения (10) и (12), получим

$$\Delta mg - \frac{M_{\text{тр}}}{r} = (2m + m_0 + \Delta m)a,$$

откуда
$$a = \frac{\Delta mg - \frac{M_{\text{тр}}}{r}}{(2m + m_0 + \Delta m)}. \quad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что ускорение системы грузов линейно зависит от величины «движущей силы», равной Δmg .

Момент сил трения при небольших скоростях вращения блока остается практически постоянным.

В данном упражнении проверяется зависимость ускорения системы от величины приложенной силы. Измеряется время прохождения груза на равномерном участке пути при различных значениях перегрузка. Результаты измерений заносят в таблицу 1.2.

По результатам измерения времени вычисляют соответствующие ускорения. Строится график зависимости ускорения системы от величины действующей силы. При отсутствии сил трения этот график должен пройти через начало координат. При наличии сил трения экспериментальный график пересекает ось абсцисс.

Таблица 1.2

№	S_1	Δm_1	F_1 ($\Delta m_1 \cdot g$)	t	t_{cp1}	S	$a_1 = \frac{S^2}{t_{cp1}^2 2S_1}$
1				.			
2				.			
3				.			
№	S_1	Δm_2	F_2 ($\Delta m_2 \cdot g$)	t	t_{cp2}	S	$a_2 = \frac{S^2}{t_{cp2}^2 2S_1}$
1				.			
2				.			
3				.			
№	S_1	Δm_3	F_3 ($\Delta m_3 \cdot g$)	t	t_{cp3}	S	$a_3 = \frac{S^2}{t_{cp3}^2 2S_1}$
1				.			
2				.			
3				.			

Контрольные вопросы и задания

1. Вывести кинематическое уравнение для равноускоренного прямолинейного движения.
2. Вывести формулу (6).
3. Объяснить законы Ньютона.

4. Что характеризует импульс?
5. Сформулируйте принцип инерции Галилея.
6. Какое свойство тел характеризует масса?
7. Сформулируйте принцип относительности.
8. Согласно упрощенной модели сердца, при каждом сокращении около 70г крови ускоряется от скорости $v_1 = 0 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ до скорости $v_2 = 120 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ за время $\Delta t = 0,2\text{с}$. С какой силой сердечная мышца действует на кровь?
9. Пуля массой $m=10\text{г}$ движется со скоростью $v_0 = 300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и попадает в толстую деревянную доску толщиной $l = 10\text{см}$. При движении в доске на пулю действует постоянная сила трения $F_{\text{тр}} = 3000 \text{ Н}$. Пробьет ли пуля доску? Если да, то с какой скоростью v_1 пуля вылетит из доски?
10. Поясните физический смысл момента инерции тела.

Лабораторная работа № 2.

Изучение законов вращательного движения твёрдого тела при помощи маятника Обербека

Цель работы

1. Экспериментально найти значения момента инерции маятника Обербека и сравнить его со значениями, вычисленными теоретически.
2. Графически определить момент сил трения.

Приборы и принадлежности

1. Маятник Обербека.
2. Секундомер.
3. Набор грузов.

Краткая теория

Абсолютно твёрдым телом называется материальное тело, расстояние между двумя соседними точками которого в процессе вращения остается неизменным. Самым простым вращательным движением твёрдого тела является его вращение относительно закрепленной оси вращения.

Чтобы твёрдое тело с закрепленной осью привести во вращательное движение, необходимо хотя бы в одной из его точек приложить внешнюю силу \vec{F} , не проходящую через ось вращения и не параллельную ей. При этом вращательное действие силы \vec{F} определяется как ее *величиной*, так и расстоянием от оси вращения до линии действия силы, так называемым *плечом* l (рис. 2.1).

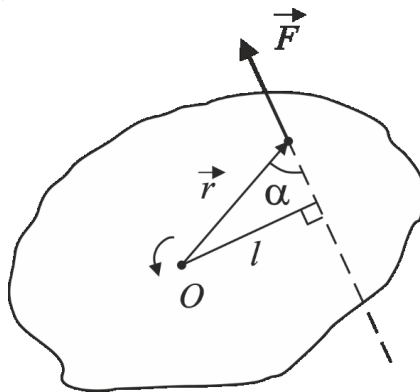


Рис. 2.1. Вращательное движение твёрдого тела

Произведение величины силы на плечо называют вращательным моментом, или *моментом силы* относительно оси вращения:

$$M = F \cdot l + F \cdot r \cdot \sin\alpha, \quad (1)$$

здесь \vec{r} – радиус-вектор точки приложения силы относительно оси вращения;

\vec{F} – вектор силы;

α – угол между \vec{r} и \vec{F} .

Указанное справедливо, если \vec{F} лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения (что имеет место в нашей работе).

В общем случае момент силы относительно неподвижной оси определяется как векторное произведение:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]. \quad (2)$$

Размерность момента силы в системе СИ – Н·м, в системе СГС – дин·см.

Если на тело, закрепленное на оси, действует несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_n$, то *суммарное действие будет эквивалентно действию одного момента, равного алгебраической сумме моментов всех действующих сил.*

$$M = \sum_{i=1}^{i=n} M_i. \quad (3)$$

При этом моменты сил, вращающих тело в выбранном направлении (например, против хода часовой стрелки), считают положительными, а в противоположном направлении – отрицательными.

Мысленно разобьем тело на совокупность отдельных точек с массами m_1, m_2, m_i . Каждая из этих точек находится на расстоянии, соответственно, r_1, r_2, r_i . Допустим, что к точке m_i приложена сила F_i . Под действием этой силы точка будет двигаться по окружности с линейным ускорением \vec{a} .

По второму закону динамики:

$$F_i = m_i \cdot a = m_i \cdot r_i \cdot \varepsilon, \quad (4)$$

где угловое ускорение – $\varepsilon = \frac{\alpha}{r_i}$. (5)

Умножив уравнение (4) на r_i , получим

$$M_i = r_i \cdot F_i = m_i \cdot r_i^2 \cdot \varepsilon. \quad (6)$$

Произведение массы точки на квадрат расстояния до оси вращения называют *моментом инерции* материальной точки относительно оси:

$$J = mr^2 \quad (7)$$

Тогда для точки m_i уравнение (6) можно записать в виде

$$M_i = J_i \cdot \varepsilon \quad (8)$$

Суммируя моменты всех внешних сил и моменты инерции всех точек, на которые разбито твердое тело, получим:

$$\sum_{i=1}^k M_i = \sum_{i=1}^n J_i \varepsilon. \quad (9)$$

Сумма моментов инерции всех точек составляет *момент инерции твердого тела*:

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (10)$$

Для сплошного тела сумма в формуле (10) заменяется интегралом:

$$\int_m r^2 dm. \quad (11)$$

Так как $m = \rho \cdot V$ и $dm = \rho \cdot dV$, то можно перейти к интегрированию по объему

$$J = \int_V \rho r^2 dV. \quad (12)$$

С учетом определений (10) и (3) формулу (8) представим в виде

$$\varepsilon = \frac{M}{J}. \quad (13)$$

Это выражение называется *основным уравнением динамики вращательного движения* и позволяет найти угловое ускорение вращающегося тела по известному суммарному моменту всех внешних сил.

По аналогии с ролью массы m в поступательном движении момент инерции J является мерой инертности тела во вращательном движении.

Теория эксперимента

Используя выражение (12), можно рассчитать моменты инерции тел, имеющих простую геометрическую форму. Такой расчет для однородного цилиндрического стержня, имеющего длину l_0 и массу m_0 , вращающегося вокруг оси, перпендикулярной главной оси симметрии (рис. 2.2), дает

$$J = \frac{1}{12} m_0 l_0^2 . \quad (14)$$

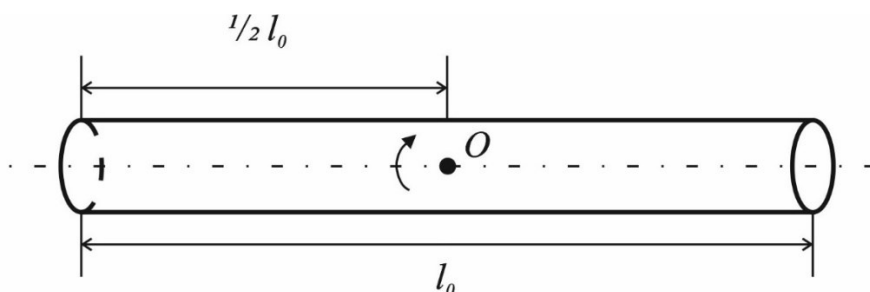


Рис. 2.2. Стержень

Маятник Обербека (рис. 2.3) состоит из двух стержней, укрепленных на втулке под прямым углом друг к другу. На ось втулки насажен легкий шкив радиуса r . На стержни надеты 4 одинаковых груза массой m_1 , которые могут быть закреплены на разных расстояниях от оси вращения. Вращение происходит вокруг горизонтальной оси перпендикулярной плоскости стержней.

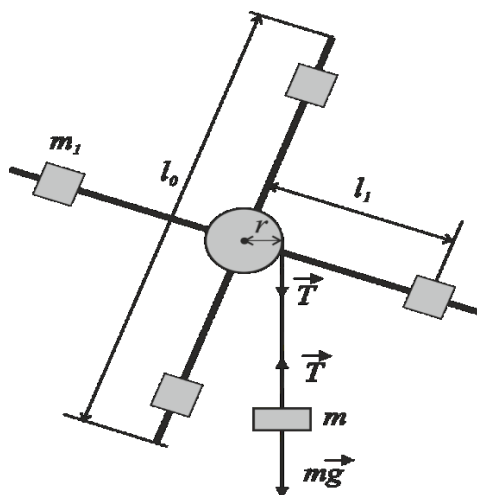


Рис. 2.3. Схема маятника Обербека

Момент инерции маятника Обербека складывается из моментов инерции четырех грузов, находящихся на расстоянии l_1 , от оси вращения и моментов инерции двух стержней с длиной l_0 и массой m_0 .

$$J_{\text{теор}} = 4m_1l_1^2 + 2\frac{1}{12}m_0l_0^2 = 4m_1l_1^2 + \frac{1}{6}m_0l_0^2, \quad (15)$$

здесь l_1 – расстояние от оси вращения до центра масс груза на стержне (до винта, которым фиксируется груз).

Каждый раз, закрепив грузы m_1 на стержнях, необходимо проверить сбалансированность маятника, т.е. находится ли он в безразличном равновесии. При необходимости следует произвести балансировку, смещая «перевешивающие» грузы. Для вращения маятника на шкив намотана нить, к свободному концу которой крепится груз массой m (рис. 2.3). Согласно второму закону Ньютона:

$$ma = mg - T, \quad (16)$$

где T – сила натяжения нити;

a – ускорение груза;

m – его масса;

g – ускорение свободного падения.

Отсюда следует, что

$$T = m(g - a). \quad (17)$$

Сила T создает вращающий момент $M = T \cdot r$, где r – радиус шкива, то есть

$$M = m(g - a)r. \quad (18)$$

Поскольку теоретический расчет сил трения, препятствующих вращению маятника, затруднителен, введем в качестве неизвестного момент сил трения $M_{\text{тр}}$. Очевидно, что он направлен противоположно моменту M . Тогда основное уравнение динамики вращательного движения (13) можно записать в виде

$$J\varepsilon = M - M_{\text{тр}}. \quad (19)$$

Величину ε и M можно определить экспериментально, а момент инерции J и момент сил трения $M_{\text{тр.}}$ – графически (рис. 2.4), $M_{\text{тр.}}$ численно равен отрезку на оси M при $\varepsilon = 0$. Преобразуя уравнение (19) к виду

$$J = \frac{M - M_{\text{тр.}}}{\varepsilon},$$

можно показать, что

$$J = \frac{M_2 - M_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon}. \quad (20)$$

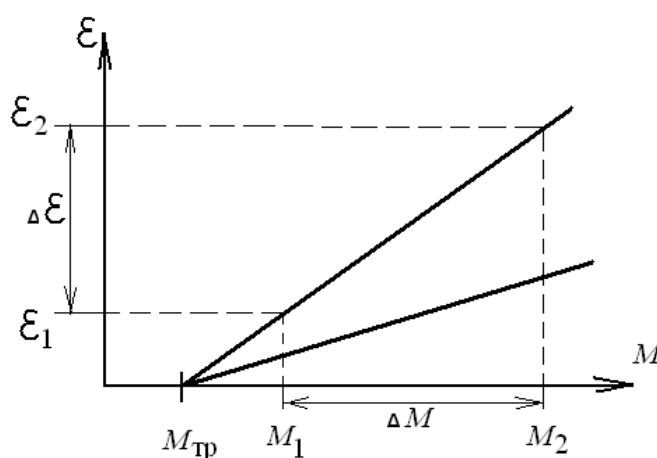


Рис. 2.4. Зависимость углового ускорения от момента силы

Порядок выполнения работы

1. Дополнительные грузы на крестовине сдвинуть до предела к центру крестовины и закрепить винтами («разгруженный» маятник).

2. К свободному концу нити подвесить груз минимальной массы из имеющегося набора.

3. Вращая рукой маятник, намотать нить на шкив в слоями.

4. По линейке, прикрепленной к стене, определить высоту падения груза.

5. Опустить крестовину, и с помощью секундомера измерить время падения груза до «нулевой» отметки.

6. Значения массы груза m , высоты h и времени t занести в таблицу 2.1. Опыт повторить 3 раза.

7. Аналогичные измерения произвести и с другими грузами.

8. Дополнительные грузы на крестовине передвинуть как можно дальше от центра и закрепить.

9. Произвести измерения 2 – 7, занося результаты в таблицу 2.1.

Обработка результатов измерений

1. По формулам $a = \frac{2h}{t^2}$ и $\varepsilon = \frac{a}{r}$ вычислить, соответственно, линейные ускорения груза и угловые ускорения маятника Обербека. Результаты записать в таблицах.

2. Вычислить и записать в таблицы моменты сил натяжения нити

$$M = m(g - a)r,$$

$$\varepsilon = |\varepsilon_i - \varepsilon_{\text{ср.}}|,$$

$$\Delta M = |M\varepsilon_i - M_{\text{ср.}}|.$$

3. По экспериментальным данным построить на одном графике зависимости углового ускорения ε от момента силы M для обоих случаев.

4. По графику определить значение момента силы трения $M_{\text{тр.}}$

5. Вычислить моменты инерции маятника по формуле (20).

6. Вычислить относительные погрешности измерений:

$$E = \frac{\langle \Delta J \rangle}{\langle J \rangle} = \frac{\Delta(M_2 - M_1)}{M_2 - M_1} + \frac{\Delta(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = \frac{\Delta M_2 + \Delta M_1}{M_2 - M_1} + \frac{\Delta \varepsilon_2 + \Delta \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}.$$

7. Вычислить абсолютную погрешность определения моментов инерции:

$$\Delta J = E \cdot \langle J \rangle.$$

8. Выписать результаты в виде:

$$J = (J \pm \Delta J), \text{ г} \cdot \text{см}^2,$$

$$M_{\text{тр.}} = M_{\text{тр.}} \pm \Delta M_{\text{тр.}} = M_{\text{тр.}} \pm \Delta M_1 \text{ (дин.} \cdot \text{см)}.$$

Таблица 2.1

Параметры вращения «разгруженного» маятника

$$r = 2,5 \text{ см}; \quad l_1 = 23 \text{ см}; \quad l_0 = 2 \times 25 \text{ см}; \quad m_0 = 2 \times 93 \text{ г}; \quad m_1 = 108 \text{ г}.$$

№ изм.	$m, \text{ г}$	$h, \text{ см}$	$t, \text{ с}$	$a = \frac{2h}{t^2},$ см/с^2	$\varepsilon = \frac{a}{r},$ с^{-2}	$\Delta\varepsilon, \text{ с}^{-2}$	$M = m(g-a) r$ $\text{дин} \cdot \text{см}$	ΔM $\text{дин} \cdot \text{см}$
1								
2								
3								
Ср.								
4								
5								
6								
Ср.								

Таблица 2.2

Параметры вращения «загруженного» маятника

$$r = 2,5 \text{ см}; \quad l_1 = 23 \text{ см}; \quad l_0 = 2 \times 25 \text{ см}; \quad m_0 = 2 \times 93 \text{ г}; \quad m_1 = 108 \text{ г}.$$

№ изм.	$m, \text{ г}$	$h, \text{ см}$	$t, \text{ с}$	$a = \frac{2h}{t^2},$ см/с^2	$\varepsilon = \frac{a}{r},$ с^{-2}	$\Delta\varepsilon, \text{ с}^{-2}$	$M = m(g-a) r$ $\text{дин} \cdot \text{см}$	ΔM $\text{дин} \cdot \text{см}$
1								
2								
3								
Ср.								
4								
5								
6								
Ср.								

Контрольные вопросы и задания

1. Определения угловой скорости, углового ускорения, момента силы и момента инерции.
2. Основной закон динамики вращательного движения.
3. Как рассчитать теоретически момент инерции маятника Обербека с грузами и без них?

4. Как используется основной закон динамики вращательного движения при экспериментальном определении момента инерции маятника Обербека?

5. Почему время падения груза с высоты h зависит от положения дополнительных грузов на крестовине? Найти зависимость времени падения от расстояния l_1 .

6. Как найти момент инерции маятника из графика $\varepsilon = f(M)$?

7. Как используется основной закон динамики вращательного движения при экспериментальном определении момента инерции маятника Обербека?

8. Две точки 1 и 2 движутся по окружности по часовой стрелке с угловыми скоростями $\omega_1 = 0,3\text{с}^{-1}$ и $\omega_2 = 0,2\text{с}^{-1}$. В начальный момент времени угол между радиусами этих точек $\alpha_0 = \pi/3$, и точка 2 находится впереди. Найти момент времени t_n , когда угол между точками $\alpha_1 = \pi/4$.

9. Два тела начинают одновременно двигаться по окружности радиусом $R = 10$ м, когда расстояние по дуге между ними равно $\frac{1}{3}$ длины окружности. С какими скоростями \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 ($\mathbf{v}_1 > \mathbf{v}_2$) движутся тела, если при движении в одном направлении их встреча произошла через $t_1 = 2,3$ мин., а при встречном движении – через $t_2 = 16,8$ с.?

10. Поясните физический смысл понятия «момент инерции вращающегося твердого тела».

Лабораторная работа №3.
Определение скорости полета снаряда с помощью
баллистического маятника

Цель работы

Измерить скорость движения тела баллистическим методом.

Приборы и принадлежности

Установка FPM-09 (баллистический маятник).

Краткая теория

Использование баллистического маятника для измерения скорости снаряда основано на том, что первое наибольшее отклонение маятника (баллистический отброс) пропорционален импульсу снаряда, если в момент удара снаряда о маятник последний остается неподвижным. Характерной особенностью баллистического маятника является его большой момент инерции и, следовательно, большой период собственных колебаний. Поскольку время соударения снаряда с маятником мало по сравнению с периодом T колебаний маятника, то последний не успевает заметно отклониться от исходного положения за время соударения. Следовательно, во время удара не возникает силы, стремящейся вернуть маятник в исходное положение. Поэтому систему снаряд–маятник можно рассматривать как замкнутую и применять к ней закон сохранения момента импульса.

Крутильный баллистический маятник (рис. 3.1) представляет собой крестовину из металлических стержней, подвешенную на стальной проволоке 1. На горизонтальных стержнях маятника 2 укреплены мишень 3 с противовесом 4 и два подвижных груза 5 известной массы M . При попадании снаряда в мишень маятник отклоняется на некоторый угол и начинает совершать крутильные колебания относительно вертикальной оси 1.

На установке FPM-09 отклонение маятника определяется при помощи прозрачного экрана с нанесенной на нем угловой шкалой. Для определения периода колебаний T используется фотоэлектрический датчик.

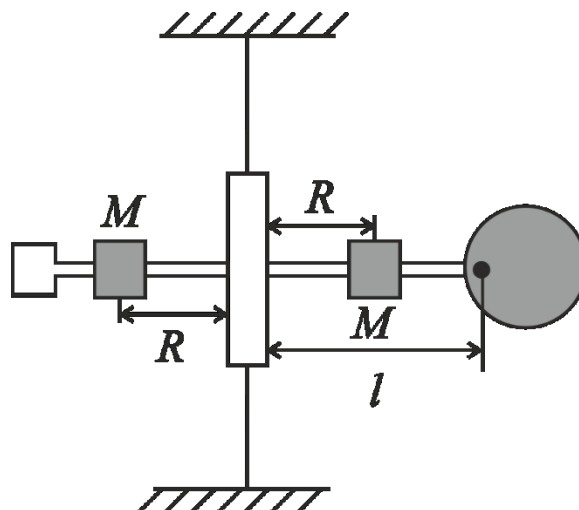


Рис. 3.1. Схема установки

Если снаряд попал в мишень на расстоянии l от оси маятника, то на основании закона сохранения момента импульса для замкнутой системы снаряд–маятник можно написать

$$mvl = (J_1 + ml^2)\omega_0, \quad (1)$$

где m – масса снаряда;

v – его скорость;

J_1 – момент инерции маятника;

ω_0 – угловая скорость вращения маятника сразу после удара, когда он находится в положении равновесия.

Закон сохранения механической энергии маятника после удара запишем в виде

$$\frac{1}{2} (J_1 + ml^2)\omega_0^2 = \frac{1}{2} D\varphi_m^2, \quad (2)$$

где D – модуль кручения проволоки;

φ_m – максимальное отклонение маятника.

Учитывая, что $ml^2 \ll J_1$ и решая совместно уравнения (1) и (2), получим

$$\nu^2 = \frac{D\varphi_M^2 J_1}{m^2 l^2} \quad (3)$$

В эту формулу входят неизвестные J_1 и D , которые определяются с помощью двух дополнительных опытов. Если не учитывать момент сил трения, то уравнение свободного движения крутильного маятника можно записать в виде:

$$J_1 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D\varphi = 0,$$

где φ – угол отклонения маятника от положения равновесия. Решением этого дифференциального уравнения является уравнение гармонических колебаний с круговой частотой

$$\omega^2 = \frac{D}{J_1} \quad \text{и периодом} \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{D}}. \quad (4)$$

Изменив расположение грузов M на крестовине, мы получим колебания с другим периодом, соответствующим моменту инерции J_2 ,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{D}} \quad (5)$$

Пренебрегая размерами грузов по сравнению с их расстояниями R_1 и R_2 (расстояния от груза до оси вращения), запишем:

$$J_1 = J_0 + 2MR_1^2, \quad J_2 = J_0 + 2MR_2^2 \quad (6)$$

Здесь J_0 – момент инерции маятников без грузов.

Исключим из системы (6) J_0 :

$$J_1 - J_2 = 2M(R_1^2 - R_2^2) \quad (7)$$

Из выражений (4) и (5) найдем соответственно D и J_2 :

$$D = \frac{J_1 4\pi^2}{T_1^2} \quad (8)$$

$$J_2 = \frac{DT_2^2}{4\pi^2} = \frac{J_1 T_2^2}{T_1^2} \quad (9)$$

Из уравнения (7) и (9) находим J_1

$$J_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \cdot 2M \cdot (R_1^2 - R_2^2) \quad (10)$$

После подстановки (8) и (10) в (3) формула скорости примет вид

$$v = \frac{2\pi\varphi_M M}{ml} \cdot \frac{T_1}{(T_1^2 - T_2^2)} (R_1^2 - R_2^2). \quad (11)$$

По формуле (11) определяется скорость снаряда, так как все величины в правой части формулы могут быть непосредственно измерены.

Устройство баллистического маятника

Общий вид баллистического маятника FPM-09 показан на рис. 3.2.

Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют выравнять прибор. В основании платформы закреплена колонна 3, на которой крепятся три кронштейна 4. К среднему кронштейну прикреплено стреляющее устройство 5. Прозрачный цилиндр (экран) 6 с нанесенной на нем угловой шкалой и фотоэлектрический датчик 7.

С помощью крайних кронштейнов подвешен маятник, состоящий из двух мишеней 8, наполненных пластилином; двух перемещаемых по стержню 9 грузов 10. На основании 1 установлены, кроме того, электронный счетчик числа колебаний и миллисекундомер.

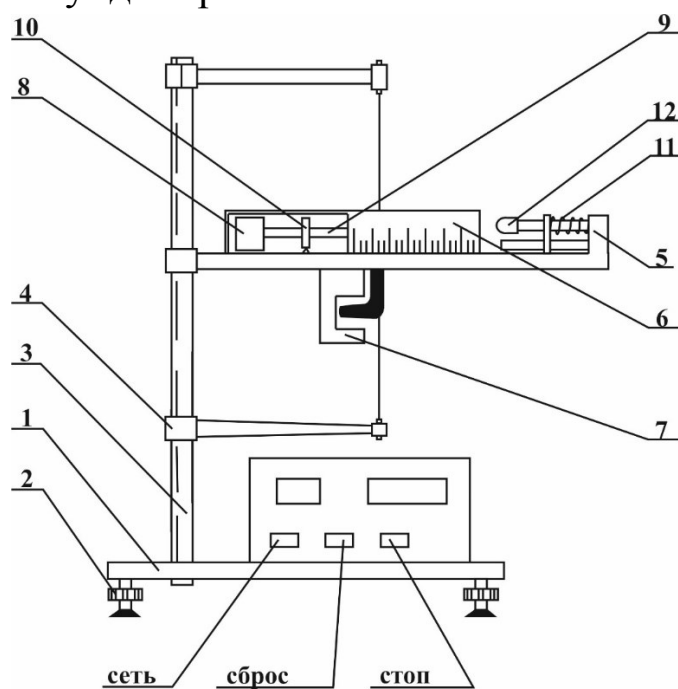


Рис. 3.2. Баллистический маятник

Порядок выполнения работы и обработка результатов

1. Включить прибор в сеть, нажать клавишу «СЕТЬ». При этом возникает свечение цифровых индикаторов и лампочки фотоэлектрического датчика.

2. Подняв цилиндр – экран и повесив его на верхний кронштейн, установить грузы 10 на максимальные равные расстояния R_1 от оси маятника. Установив цилиндр – экран на прежнее место, рукой отклонить маятник на угол φ и отпустить. Нажатием клавиши «СБРОС» включают секундомер, измеряют время t_1 10-ти (n) колебаний по счетчику после нажатия клавиши «СТОП».

3. Определяют величину периода $T_1 = \frac{t_1}{n}$ с точностью до тысячных долей секунды.

4. Укрепив грузы 10 на минимальные равные расстояния R_2 от оси маятника, измерить период T_2 . Результаты измерений T_1 , T_2 записать в таблицу 3.1. Эти опыты проделать 5 раз.

Таблица 3.1

№	$R_1 = \dots \text{см}$				$R_2 = \dots \text{см}$			
	n	t_1	$T_1 = \frac{t_1}{n}$	$l, \text{см}$	n	t_2	$T_2 = \frac{t_2}{n}$	$l, \text{см}$
1								
2								
3								
4								
5								
Ср. знач.								

5. Установить маятник около нулевого деления шкалы так, чтобы при малых колебаниях середина его φ_0 находилось в пределах нулевого отсчета шкалы.

6. Определить массу m снаряда. Установить стреляющее устройство перпендикулярно маятнику. С помощью рукояток курка сжать пружину 11 и установить снаряд 12 так, как это показано на рис. 3.2. Путем нажатия сверху вниз правой рукоятки курка освободить пружину, которая ударом выбросит снаряд в сторону мишени.

7. Отметить первое максимальное отклонение маятника φ_M и расстояние места попадания снаряда от оси маятника l . Результаты измерений t , φ_M , l записать в таблицу 3.2. Опыт повторить 5 раз.

8. Результаты вычислений записать в таблицу 3.2, а φ_M – измеренные углы в градусах, перевести в радианы, $1 \text{ рад} \cong 57^\circ$.

9. Вычислить скорость снаряда по формуле (11) для каждого выстрела.

10. Вычислить среднее значение скорости $\langle v \rangle$. На рисунке груз 10 в формуле (11) обозначается символом M , масса которого указана на грузе.

Таблица 3.2

№	t	φ_M	l	v	$\Delta v = v_1 - \langle v \rangle$
1					
2					
3					
4					
5					
Ср. знач.	–	–	–	$\langle v \rangle$	$\langle \Delta v \rangle$

11. Окончательный вариант записать в виде

$$v = \langle v \rangle \pm \langle \Delta v \rangle$$

Контрольные вопросы и задания

1. В чем особенность баллистического маятника?
2. Дайте определение момента импульса.
3. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
4. Нарисуйте схематически экспериментальную установку.
5. Чему равна потенциальная и кинетическая энергия крутильного маятника? Сформулируйте закон сохранения механической энергии. Можно ли его использовать при выводе рабочей формулы в данной работе?
6. Как можно измерить модуль кручения проволоки?
7. Как изменяется период колебаний маятника при удалении грузов M от оси вращения?
8. Какие факторы ограничивают точность определения скорости снаряда в данной работе?
9. Для чего проводятся дополнительные опыты?
10. Сформулируйте теорему Штейнера.

Лабораторная работа №4.
Определение момента инерции тела
методом крутильных колебаний

Цель работы

1. Повторить теорию динамики движения твердого тела.
2. Экспериментально определить моменты инерции твердого тела относительно различных осей вращения.

Приборы и принадлежности

Установка FPM -205 (крутильный маятник)

Краткая теория

1. Момент инерции тела

Согласно основному уравнению динамики вращательного движения твердого тела

$$\varepsilon = \frac{M}{J} \quad (1)$$

его угловое ускорение ε прямо пропорционально моменту действующих сил M и обратно пропорционально величине J , называемой моментом инерции тела. Чем больше момент инерции, тем труднее изменить скорость вращения. Момент инерции тела является мерой инертности тела при вращательном движении, подобно тому, как масса является мерой инертности при поступательном движении.

Момент инерции тела относительно оси определяется не только его массой, но и тем, как эта масса распределена вокруг данной оси. Чем дальше одна и та же масса находится от оси вращения, тем больше момент инерции тела.

Момент инерции материальной точки относительно оси вычисляют по формуле:

$$J = mr^2, \quad (2)$$

где m – масса материальной точки;

r – расстояние от точки до оси вращения.

Момент инерции тела относительно оси определяют как сумму моментов инерции составляющих его материальных точек

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (3)$$

Представляя тело плотностью ρ состоящим из множества частей dm объемом dV , его момент инерции можно найти интегрированием

$$J = \int_m r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV \quad (4)$$

Рассчитаем, например, момент инерции тонкого однородного стержня массы m и длины l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину (рис. 4.1).

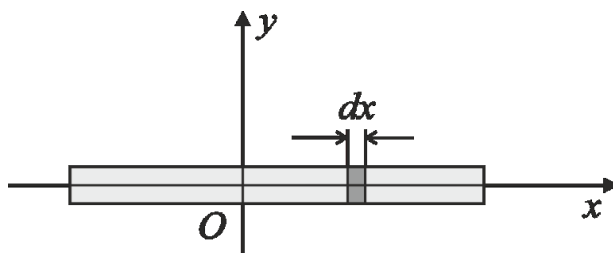


Рис. 4.1. Определение момента инерции тонкого однородного стержня

Выделим элемент стержня массы dm , длины dx , отстоящий на расстоянии x от центра стержня. Момент инерции этого элемента относительно оси OY:

$$dJ = x^2 \cdot dm = x^2 \cdot \frac{m}{l} \cdot dx,$$

а момент инерции всего стержня относительно этой оси будет равен

$$J = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} x^2 \frac{m}{l} dx = \frac{1}{12} ml^2 \quad (5)$$

Определение момента инерции стержня

Из полученного результата следует, что в формулу (5) момента инерции однородного стержня не входит его ширина, поэтому она применима для расчета момента инерции только тонкой однородной пластины прямоугольной формы.

В случае широкой пластины, например, параллелепипеда, момент инерции можно определить воспользовавшись *теоремой Штейнера*, согласно которой: момент инерции J тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции J_c тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния между осями d :

$$J = J_c + md^2 \quad (6)$$

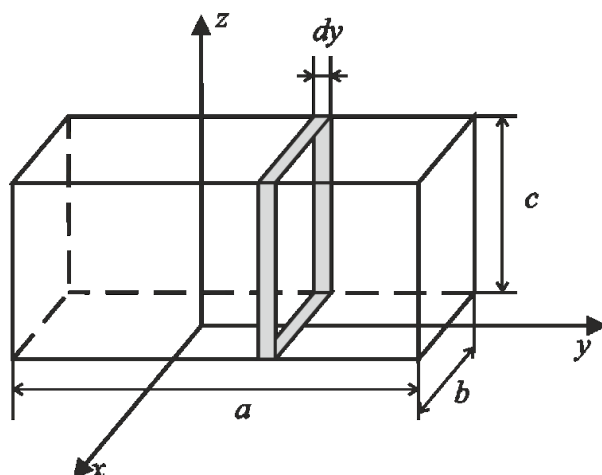


Рис.4.2. Определение момента инерции параллелепипеда

Определение момента инерции параллелепипеда

Представим параллелепипед в виде совокупности сплошных пластин толщиной dy , длиной b , шириной c , массой dm , отстоящей на расстояние y от оси OZ (рис.4.2). Момент инерции одной пластины относительно оси OZ определим, используя теорему Штейнера и уравнение (5):

$$dJ = \frac{1}{12} dm \cdot b^2 + dm \cdot y^2 = dm \left(\frac{b^2}{12} + y^2 \right) = \frac{m}{a} \cdot dy \left(\frac{b^2}{12} + y^2 \right)$$

Затем рассчитаем момент инерции всего параллелепипеда относительно оси симметрии OZ:

$$J = \int dJ = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} \frac{m}{\alpha} \left(\frac{b^2}{12} + y^2 \right) dy = \frac{1}{12} m(\alpha^2 + b^2), \quad (7)$$

где a и b – длины сторон параллелепипеда, расположенные в горизонтальной плоскости, m – масса параллелепипеда.

2. Крутильные колебания

В данной работе моменты инерции твердых тел определяют методом крутильных колебаний на установке, представленной на рис. 4.3. Если рамку, закрепленную на натянутой стальной проволоке, проходящей по ее геометрической оси, повернуть на некоторый угол φ , то происходит закручивание проволоки. Тогда силы упругости стремятся вернуть рамку в исходное положение. Момент M возвращающей силы связан с углом поворота соотношением

$$M = -D \cdot \varphi, \quad (8)$$

где D – модуль кручения проволоки.

Согласно основному закону динамики вращательного движения (1) момент силы упругости

$$M = J \cdot \varepsilon = J \cdot \ddot{\varphi}.$$

Подставляя в уравнение (8) получим выражение

$$J\ddot{\varphi} = -D\varphi \quad \text{или} \quad \ddot{\varphi} + \frac{D}{J}\varphi = 0,$$

совпадающим по виду с дифференциальным уравнением гармонических колебаний

$$\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0. \quad (9)$$

Иначе говоря, рамка будет совершать гармонические колебания с циклической частотой ω и периодом T :

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{J}} \quad \text{и периодом} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (10)$$

Теория эксперимента

Моменты инерции исследуемых тел будем определять методом крутильных колебаний. Введем: J – момент инерции исследуемого тела относительно оси установки или, что то же самое, оси рамки; J_0 – момент инерции ненагруженной рамки. Суть метода состоит в том, что исследуемое тело с некоторым моментом инерции J закрепляют в рамке экспериментальной установки, затем рамку приводят в колебательное движение и определяют период T крутильных колебаний рамки, который связан с моментами инерции формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J+J_0}{D}}, \quad (11)$$

где D – модуль кручения проволоки, благодаря которой рамка может совершать колебания около положения равновесия.

Затем измеряют T_0 и $T_э$ – периоды колебаний ненагруженной рамки и рамки, нагруженной телом с известным моментом инерции – эталонным телом.

В данной работе это металлический куб с длиной ребра a и массой m . Момент инерции куба относительно оси, перпендикулярной одной из граней и проходящей через его центр

$$J_э = \frac{1}{6}ma^2 \quad (12)$$

Зависимость измеряемых периодов от соответствующих моментов инерции дается системой уравнений:

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot (J + J_0)/D$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \cdot J_0/D$$

$$T_э^2 = 4\pi^2 \cdot (J_э + J_0)/D$$

Исключая из этой системы неизвестные величины J_0 и D , получаем формулу для неизвестного момента инерции тела:

$$J = J_э \cdot \frac{T^2 - T_0^2}{T_э^2 - T_0^2} \quad (13)$$

Описание установки

Для определения момента инерции твердых тел при помощи крутильных колебаний предназначен крутильный маятник FPM-205, который представлен на рис. 4.3.

На основании 8, оснащено четырьмя ножками с регулируемой высотой, прикреплен миллисекундомер 7. К основанию прикреплена колонка 6, на которой при помощи прижимных винтов закреплены кронштейны 1, 9, 10. Кронштейны 1 и 9 имеют зажимы, служащие для закрепления стальной проволоки, на которой подвешена рамка 2. На кронштейне 10 закреплена стальная плита 5, которая служит основанием фотоэлектрическому датчику 11 и электромагниту 3.

Электромагнит 3 предназначен для фиксации рамки в начальном положении перед каждым измерением.

На лицевой панели блока миллисекундомера есть четыре клавиши.

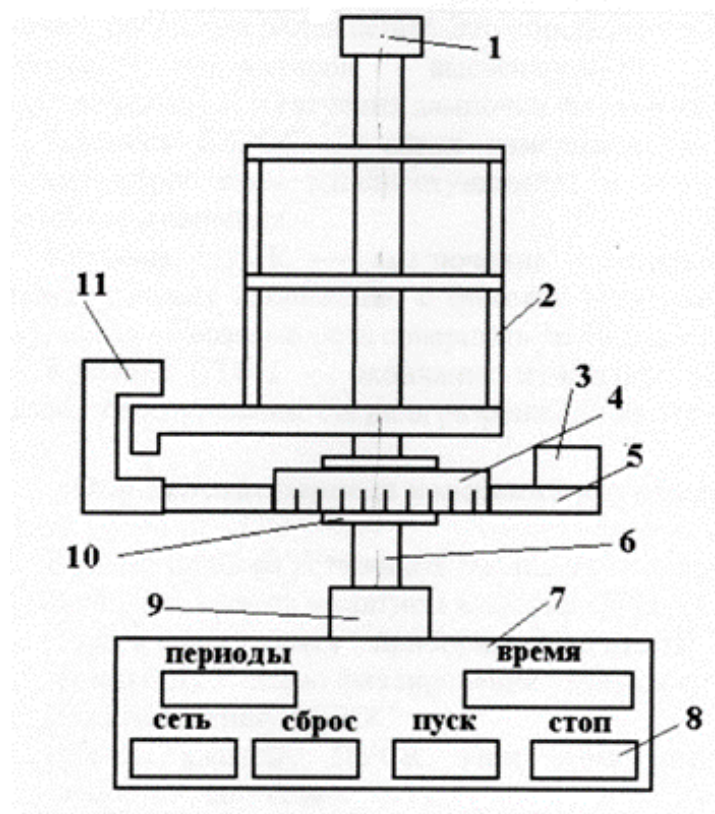


Рис. 4.3. Крутильный маятник

Клавиша «СЕТЬ» – выключатель сети. Нажатие этой клавиши включает питающее напряжение. Это определяется визуально по свечению цифровых индикаторов, высвечивающих нули на табло миллисекундомера, и свечения лампочки фотоэлектрического датчика 11.

Клавиша «СБРОС» – сброс измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сброс схем миллисекундомера и генерирование сигнала на разрешение измерения.

Клавиша «ПУСК» – выключение электромагнита. Нажатие этой клавиши снимает напряжение с обмоток электромагнита и освобождает рамку, давая ей возможность совершать свободные колебания.

Клавиша «СТОП» – окончание измерения. Нажатие этой клавиши вызывает генерирование сигнала разрешения на окончание процесса счета.

Исследуемые тела крепятся на рамке 2 при помощи горизонтальной подвижной балки, которая перемещается по вертикальным направляющим рамки.

Во время колебаний крутильного маятника стрелка рамки прерывает световой поток, падающий на фотоэлектрический датчик 11. В результате прерываний светового потока регистрируется число колебаний рамки n (ПЕРИОДЫ) и время колебаний t (ВРЕМЯ). Число колебаний рамки n и время колебаний t являются результатами эксперимента.

Порядок выполнения работы

1. Включить прибор в сеть. Нажать клавишу «СЕТЬ», загорятся индикаторы.

2. В рамке 2 прибора установить исследуемое тело в нужном положении.

3. Поворачивая рамку со стрелкой, приблизить ее к электромагниту и зафиксировать в начальном положении.

4. Нажать клавишу «СБРОС».

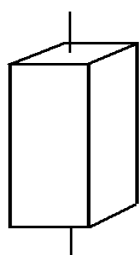
5. Нажать клавишу «ПУСК». При этом рамка начнет совершать свободные колебания.

6. Измерить время десяти-пятнадцати колебаний (n) ненагруженной рамки, нагруженной эталонным телом с известным моментом инерции. Каждое измерение выполнить по 5 раз. Перед началом каждого измерения нажимать клавишу «СБРОС». Результаты измерений n и t занести в таблицу 4.1.

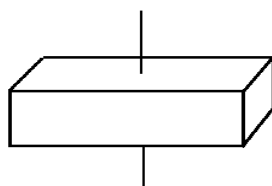
7. Измерить время десяти-пятнадцати колебаний (n) рамки с исследуемым телом при других его ориентациях относительно рамки. Для этого в рамку установить исследуемое тело в положение 1 согласно рисунку 4.4. Каждое измерение выполнить по 5 раз. Перед началом каждого измерения нажимать клавишу «СБРОС». Результаты измерений n и t занести в таблицу 4.2.

8. Измерить время десяти-пятнадцати колебаний (n) рамки с исследуемым телом, установленным в положение 2 согласно рисунку 4.4. Каждое измерение выполнить по 5 раз. Перед началом каждого измерения нажимать клавишу «СБРОС». Результаты измерений n и t занести в таблицу 4.2.

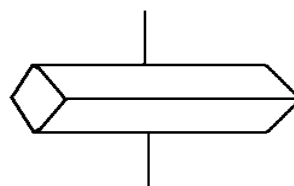
9. Измерить время десяти-пятнадцати колебаний (n) рамки с исследуемым телом, установленным в положение 3 согласно рисунку 4.4. Каждое измерение выполнить по 5 раз. Перед началом каждого измерения нажимать клавишу «СБРОС». Результаты измерений n и t занести в таблицу 4.2.



Положение 1



Положение 2



Положение 3

Рис. 4.4. Варианты расположения исследуемого тела

Таблица 4.1

Период колебаний рамки и эталонного тела

№ опыта	Пустая рамка				Эталонное тело			
	n	t	T_0	ΔT_0	n	t	T_3	ΔT_3
1								
2								
3								
4								
5								
Ср. знач.	–	–			–	–		

Таблица 4.2

Период колебаний исследуемого тела при других положениях

№ опыта	Положение №1				Положение №2				Положение №3			
	n	t	T_1	ΔT_1	n	t	T_2	ΔT_2	n	t	T_3	ΔT_3
1												
2												
3												
4												
5												
Ср. знач.	–	–			–	–			–	–		

Обработка результатов измерений

1. По формуле $T = \frac{t}{n}$ вычислить и занести в таблицы периоды колебаний пустой рамки T_0 , рамки с эталонным телом T_3 , рамки с исследуемым телом T_1 , T_2 и T_3 .

2. Вычислить средние значения и абсолютные погрешности определения указанных периодов колебаний.

3. По формуле $\varepsilon_i = \frac{\Delta T_i}{\langle T_i \rangle}$ вычислить относительные погрешности определения всех периодов и среднее значение относительной погрешности $\varepsilon = \frac{1}{4} \sum \varepsilon_i$

4. По формуле (12) вычислить момент инерции эталонного тела J_3 , учитывая, что масса кубика $m = 0,98$ кг, а длина его ребра $a = 0,05$ м.

5. По формуле (13) вычислить средние значения моментов инерции исследуемого тела $\langle J_1 \rangle$, $\langle J_2 \rangle$ и $\langle J_3 \rangle$ для

различных положений, подставляя в формулу, соответственно, $T = \langle T_1 \rangle$, $T = \langle T_2 \rangle$ или $T = \langle T_3 \rangle$.

6. Найти абсолютные погрешности определения моментов инерции:

$$\langle \Delta J_1 \rangle = \varepsilon \cdot \langle J_1 \rangle$$

$$\langle \Delta J_2 \rangle = \varepsilon \cdot \langle J_2 \rangle$$

$$\langle \Delta J_3 \rangle = \varepsilon \cdot \langle J_3 \rangle$$

7. Результаты расчетов моментов инерции эталонного и исследуемого тел представить в виде:

$$J_3 = \langle J_3 \rangle \pm \langle \Delta J_3 \rangle$$

$$J_1 = \langle J_1 \rangle \pm \langle \Delta J_1 \rangle$$

$$J_2 = \langle J_2 \rangle \pm \langle \Delta J_2 \rangle$$

$$J_3 = \langle J_3 \rangle \pm \langle \Delta J_3 \rangle$$

8. Сравнить моменты инерции тела в различных положениях (J_1, J_2, J_3) с моментом инерции эталонного тела и сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Запишите формулы для вычисления моментов инерции простейших тел: однородного диска, кольца, шара, стержня.

2. Дать определение центра масс тела.

3. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.

4. Каков момент инерции кольца массы m и радиуса R относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его диаметр?

5. Сформулируйте теорему Штейнера.

6. Дайте определение момента силы относительно точки, относительно оси.

7. От параметров вращающегося тела зависит его момент инерции?

8. Запишите уравнение гармонических колебаний в дифференциальном виде.

9. Что такое циклическая частота?

10. От каких параметров колеблющейся системы зависит циклическая частота? Запишите формулы.

Лабораторная работа №5.
Определение момента инерции тел вращения
с помощью маятника Максвелла

Цель работы

1. Освоить методику и экспериментально определить момент инерции маятника Максвелла.
2. Сравнить полученные результаты измерений с теоретическими расчетами.

Приборы и принадлежности

1. Установка ФРМ-03 (маятник Максвелла)
2. Металлическая линейка 50см

Краткая теория

Механическая энергия

Одним из важнейших законов механики является закон сохранения энергии, который можно сформулировать следующим образом: *полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действует только консервативные силы, остается постоянной.*

Замкнутой называют систему, на которую не действуют внешние силы, или сумма действующих сил равна нулю. Консервативными называют силы, работа которых зависит лишь от начального и конечного положения тела и не зависит от пути, по которому двигалось тело.

Типичным представителем консервативных сил является сила тяжести, работа которой определяется разностью конечной и начальной высот тела над поверхностью. Примером неконсервативных сил может служить сила трения, работа которой зависит от пути и приводит к диссипации (рассеянию) энергии. В этом случае закон сохранения механической энергии не выполняется.

Полная механическая энергия тела E включает в себя потенциальную U (энергию взаимодействия) и кинетическую T (энергию движения):

$$E = U + T . \quad (1)$$

Наиболее часто встречающиеся на практике виды потенциальной энергии – это энергия тела массой m , поднятого на высоту h над поверхностью в поле притяжения Земли

$$U_1 = mgh \quad (2)$$

и энергия упруго деформированного тела

$$U_2 = \frac{k\Delta x^2}{2} , \quad (3)$$

где Δx – деформация тела,

k – коэффициент упругости.

Кинетическую энергию тел подразделяют на кинетическую энергию поступательного движения

$$T_1 = \frac{mv^2}{2} , \quad (4)$$

где v – скорость движения тела, и кинетическую энергию вращательного движения

$$T_2 = \frac{J\omega^2}{2} , \quad (5)$$

где ω – угловая скорость вращения тела,

J – момент инерции тела.

Таким образом, в развернутом виде полная механическая энергия тела

$$E = mgh + \frac{k\Delta x^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} . \quad (6)$$

Первые три составляющие механической энергии известны из курса физики средней школы, поэтому подробно рассмотрим лишь выражение для кинетической энергии вращающегося тела.

Вращением твердого тела вокруг оси называется такое движение, при котором точки, лежащие на некоторой прямой, проходящей через тело, покоятся, а остальные движутся по окружностям с центрами на этой прямой. Указанная прямая и есть ось вращения тела.

Динамика рассматривает вращение абсолютно твердых тел, то есть не деформирующихся в процессе этого движения, поэтому все точки тела перемещаются по окружностям с одинаковой угловой скоростью ω . Эту скорость и считают угловой скоростью вращения твердого тела.

Сопоставляя выражения (5) и (4) можно заметить, что если v и ω – скорости в одном случае поступательного, в другом – вращательного движения, то и момент инерции J играет во вращательном движении такую же роль, что и масса m в поступательном.

Иначе говоря, *момент инерции является величиной, характеризующей способность тела сохранять угловую скорость вращения*, то есть является мерой инертности тела при вращательном движении.

Моменты инерции тел

Момент инерции материальной точки m , движущейся по окружности радиусом r , вычисляют по формуле

$$J = mr^2 . \quad (7)$$

Рассматривая твердое тело как совокупность материальных точек m_i , движущихся по окружностям радиусами r_i , можно найти его момент инерции относительно данной оси

$$J = \sum_i^n m_i \cdot r_i^2 \quad (8)$$

В предельном случае, когда тело разбивают на множество бесконечно малых точек dm , нахождение момента инерции сводится к интегрированию по массе всего тела

$$J = \int r_i^2 dm . \quad (9)$$

Наиболее просто выводится формула момента инерции тела, имеющего форму кольца (тонкостенной трубы) и ось вращения, проходящую через центр перпендикулярно плоскости кольца. В этом случае для всех точек $r=R$ и уравнение (9) принимает вид

$$J = R^2 \int dm = mR^2, \quad (10)$$

где m – масса кольца; R – радиус кольца.

Момент инерции шайбы (толстостенной трубы) с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 относительно оси, проходящей через центр перпендикулярно плоскости поперечного сечения, можно найти, если представить ее в виде набора колец с различными радиусами. Масса произвольно выбранного кольца может быть определена по формуле

$$dm = \rho \cdot 2\pi r \cdot dr, \quad (11)$$

где ρ – плотность материала;

h – толщина (высота) кольца;

r – радиус выбранного кольца;

dr – ширина кольца

Подставляя это выражение в уравнение (9) получим:

$$J = \int_{R_1}^{R_2} \rho h 2\pi r \cdot r^2 dr = 2\pi\rho h \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = \frac{2\pi\rho h}{4} r^4 \Big|_{R_1}^{R_2}$$

$$J = \frac{1}{2} \pi\rho h \cdot (R_2^4 - R_1^4) = \frac{1}{2} \pi\rho h (R_2^2 - R_1^2)(R_2^2 + R_1^2)$$

учитывая, что масса шайбы

$$m = \rho\pi R_2^2 h - \rho\pi R_1^2 h = \rho\pi h (R_2^2 - R_1^2),$$

получим

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R_2^2 - R_1^2)$$

В предельном случае $R_1 \approx R_2$ (тонкостенная труба, кольцо) уравнение (12) переходит в уравнение (10). При $R_1=0$ получим выражение для вычисления момента инерции диска (цилиндра).

$$J = \frac{1}{2} m R^2 \quad (13)$$

Теория эксперимента

Маятник Максвелла (рис. 5.1) представляет собой диск 1, жестко закрепленный на длинной цилиндрической оси 2. На

ролик насаживают сменные металлические кольца 3, позволяющие изменять момент инерции маятника. Маятник подвешивают за две нити 4, намотанные на ось по обе стороны диска. Отпущенный маятник, согласно второму закону Ньютона, падает с ускорением:

$$a = \frac{mg - T}{m} . \quad (14)$$

При этом сила натяжения T создает вращающий момент

$$M = T \cdot R,$$

где R – радиус оси, и маятник получает угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{M}{J} = \frac{T \cdot R}{J}, \quad (15)$$

где J – момент инерции маятника.

В верхней точке маятник обладает только потенциальной энергией. Если центр маятника опустится на некоторое расстояние Δh , он будет двигаться вниз с линейной скоростью v , и одновременно вращаться с угловой скоростью ω , то есть обладать еще и кинетической энергией как поступательного, так и вращательного движения.

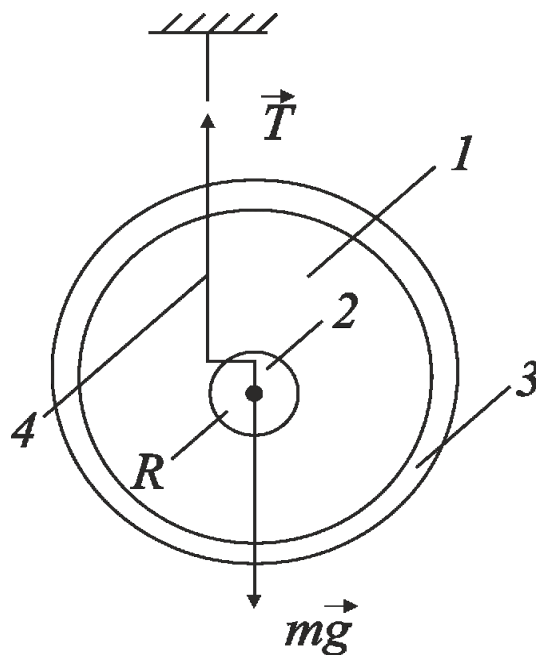


Рис. 5.1. Маятник Максвелла

Пренебрегая трением о воздух, можно считать, что мы имеем дело с замкнутой системой, в которой действуют только консервативные силы, то есть соблюдается закон сохранения механической энергии. В данном случае удобнее записать, что часть потенциальной энергии переходит в кинетическую

$$mg \cdot \Delta h = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (16)$$

Если верхнее положение маятника принять за начало координат, то в любой момент времени $\Delta h = h$, и движение центра тяжести можно описать уравнениями равноускоренного движения

$$v = at \quad h = \frac{at^2}{2}, \quad (17)$$

где t – время движения.

Выражая из второго уравнения ускорение a и подставляя в первое, получим

$$v = \frac{2h}{t}. \quad (18)$$

Поскольку путь h равен длине l нити, размотанной с маятника при его повороте на угол φ ($h = l = R\varphi$), то и угловая скорость вращения маятника может быть выражена через линейную скорость его центра:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2v}{D} = \frac{4h}{Dt}, \quad (19)$$

где R_0 и D – соответственно радиус и диаметр оси маятника с намотанной нитью.

Подставляя выражения (18) и (19) в уравнение (16), заменяя в последнем Δh на h , получим

$$mgh = \frac{2mh^2}{t^2} + \frac{8Jh^2}{D^2t^2}. \quad (20)$$

Выразим отсюда момент инерции маятника:

$$\frac{8Jh^2}{D^2t^2} = mgh - \frac{2mh^2}{t^2};$$

$$J = \frac{D^2t^2}{8h^2} \left(mgh - \frac{2mh^2}{t^2} \right);$$

$$J = \frac{D^2m}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) = mR^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (21)$$

Это выражение и является расчетной формулой при экспериментальном определении момента инерции маятника.

Теоретический расчет момента инерции маятника

Теоретическое значение J_T момента инерции маятника определяется по формуле:

$$J_T = J_0 + J_d + J_k, \quad (22)$$

где J_0 – момент инерции оси;

J_d – момент инерции диска;

J_k – момент инерции кольца.

Поскольку ось маятника имеет небольшую массу по сравнению с остальными частями, а также небольшой радиус, то величиной J_0 можно пренебречь. Момент инерции диска вычисляют согласно уравнению (12) по формуле:

$$J_p = \frac{1}{2} m_d (R_d^2 + R_d^2) = \frac{1}{8} m_d (D_d^2 + D_0^2), \quad (23)$$

где m_d – масса диска, кг;

R_d и D_d – соответственно, радиус и диаметр диска, м;

R_0 и D_0 – радиус и диаметр оси, м.

Аналогично находят момент инерции накладного кольца

$$J_k = \frac{1}{2} m_k (R_k^2 + R_k^2) = \frac{1}{8} m_k (D_k^2 + D_d^2), \quad (24)$$

где m_k – масса кольца, кг;

R_k и D_k – соответственно, внешний радиус и диаметр кольца, м.

Описание установки

1. Механическая конструкция прибора

Общий вид маятника Максвелла ФРМ-03 показан на рис. 5.2.

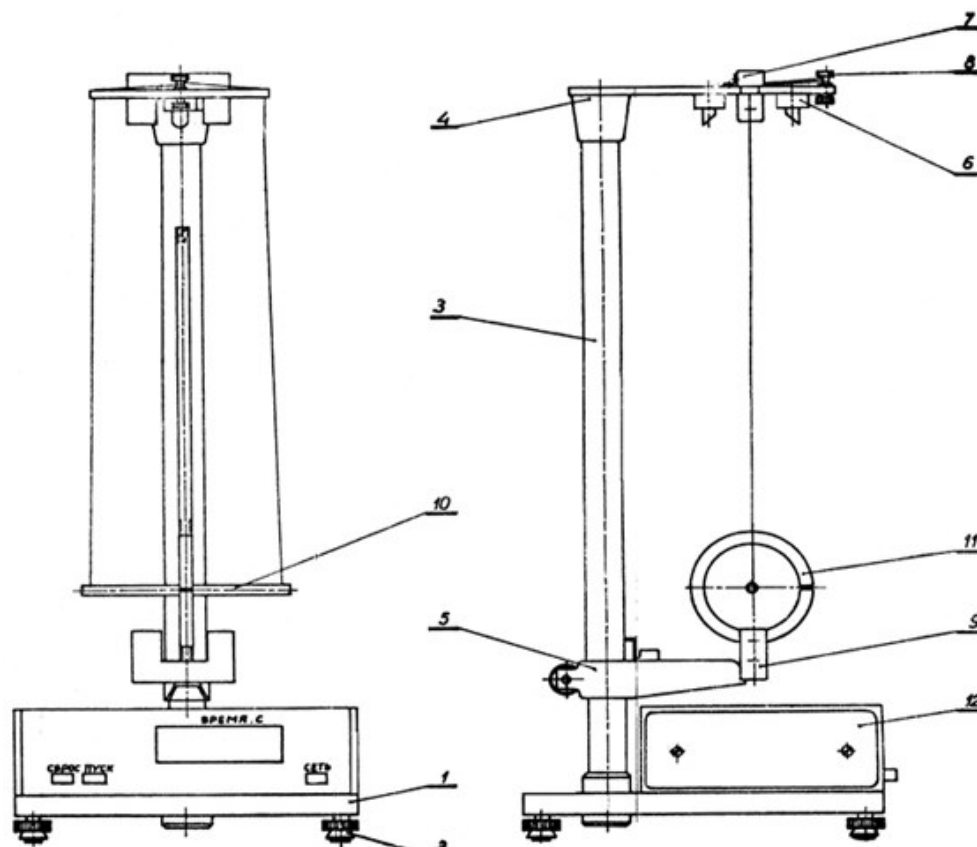


Рис.5.2. Маятник Максвелла

Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка (3), к которой прикреплен неподвижный верхний кронштейн (4) и подвижный нижний кронштейн (5). На верхнем кронштейне находится электромагнит (6), фотоэлектрический датчик (7) и вороток (8) для закрепления и регулирования длины подвески маятника.

Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему фотоэлектрическим датчиком (9) можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно выбранном положении.

Маятник (10) прибора – это диск, закрепленный на оси, на который накладываются заменные кольца (11).

Маятник с наложенным кольцом удерживается в верхнем положении электромагнитом. Длина маятника определяется по линейке на колонке прибора. С целью облегчения этого измерения нижний кронштейн оснащен указателем, помещенным на высоте оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика.

2. Параметры маятника

- максимальная длина маятника	410 мм
- количество заменных колец	3
- приблизительная масса заменных колец:	
кольцо 0301-0080-01	0,25кг
кольцо 0301-0080-02	0,35кг
кольцо 0301-0080-03	0,46кг
- размеры маятника:	
диаметр оси маятника D_0	10мм
внешний диаметр диска D_d	86мм
внешний диаметр колец D_k	105мм
диаметр нити подвески D_n	0,5мм
- диапазон измеряемого времени движения маятника	0-99999мс

Порядок проведения работы

1. Включить шнур прибора в питающую сеть;
2. Нажать клавишу «СЕТЬ», убедиться, что все индикаторы высвечивают цифру «ноль», и светятся лампочки обоих фотоэлектрических датчиков;
3. Отжать клавишу «ПУСК» миллисекундомера;
4. Равномерно виток к витку намотать нити подвески на ось маятника;
5. Зафиксировать маятник при помощи электромагнита на верхнем кронштейне;

6. Повернуть маятник в направлении его последующего вращения на угол около 5° ;
7. Нажать кнопку «СБРОС»;
8. Нажать кнопку «ПУСК»;
9. Записать в таблицу 5.1 измеренное значение времени падения маятника;
10. Опыт повторить 5 раз;
11. По шкале на вертикальной колонке прибора определить длину маятника (высоту падения h) и записать в таблицу 5.1;
12. Для расчёта массы маятника m необходимо выписать и занести в таблицу 5.1 значения масс m_k , m_d , m_0 , указанные на деталях маятника.

Таблица 5.1

$h = \dots$ м; $m = m_k + m_d + m_0 = \dots$ кг			
№п/п	t , с	J , кг · м ²	ΔJ , кг · м ²
1			
2			
3			
4			
5			
Ср. знач.			

Обработка результатов измерений

1. По формуле (21) рассчитать экспериментальные значения момента инерции маятника, учитывая, что масса m равна сумме масс оси, диска и кольца (указаны на соответствующих деталях), а диаметр равен диаметру оси, увеличенному на 2 диаметра нити $D = D_0 + 2D_n$;

2. Найти среднее значение $\langle J \rangle$ и абсолютную погрешность $\langle \Delta J \rangle$ момента инерции;

3. Вычислить относительную погрешность измерений

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta J \rangle}{\langle J \rangle} \cdot 100\%;$$

4. Окончательный результат представить в виде

$$J = \langle J \rangle \pm \langle \Delta J \rangle$$

5. По формулам (22-24) вычислить теоретическое значение момента инерции маятника J_T (кг·м²), используя данные, приведенные в разделе «Описание установки» и нанесенные на элементы маятника;

6. Определить отклонение экспериментального значения J от теоретического J_T по формуле:

$$\delta = \frac{(J - J_T)}{J_T} \cdot 100\%$$

7. Оценку отклонения указать в выводе.

Контрольные вопросы и задания

1. Какая система называется замкнутой?
2. Какая система называется консервативной (изолированной)?
3. По какой формуле определяется кинетическая энергия поступательного движения тела?
4. По какой формуле определяется кинетическая энергия вращающегося тела?
5. От чего зависит потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью?
6. Как вычислить энергию упруго деформированного тела?
7. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
8. Что характеризует момент инерции тела?
9. От чего зависит момент инерции тела?
10. По каким формулам вычисляют моменты инерции кольца, диска, шайбы?

Лабораторная работа №6. Изучение центрального удара шаров

Цель работы

Экспериментально определить коэффициент восстановления энергии и величину ударных сил.

Приборы и принадлежности

1. Установка FPM-08.
2. Металлическая линейка 50см.

Краткая теория

Согласно основному закону динамики поступательного движения скорость изменения импульса тела или системы тел равна сумме всех внешних сил, приложенных к системе:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}, \quad (1)$$

где импульс системы тел

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \vec{v}_i$$

и результирующая сила:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i.$$

В случае, когда результирующая сила $\vec{F} = 0$, уравнение принимает вид:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad \text{или} \quad \vec{P} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \vec{v}_i = const \quad (2)$$

Система тел, на которую не действуют внешние силы (или сумма действующих сил равна нулю) называется *замкнутой*.

Таким образом, импульс замкнутой системы с течением времени не изменяется. Это один из основных законов физики, названный *законом сохранения импульса*.

Закон сохранения импульса показывает, что взаимодействие тел, составляющих замкнутую систему, приводит только к обмену импульсами между этими телами, но не изменяет движения системы как целого.

Ударом (соударением) называется процесс взаимодействия твердых тел за весьма малый промежуток времени, происходящий при их столкновении.

В результате деформации тел при ударе возникают мгновенные (ударные) силы, величина которых весьма значительна. Импульсы этих сил ($F\Delta t$) за время ударов во много раз больше импульсов внешних сил за то же время. Поэтому в процессе удара влиянием внешних сил можно пренебречь и считать, что система соударяющихся тел является замкнутой, т.е. в ней выполняется закон сохранения импульса.

В случае столкновения двух тел этот закон можно записать в виде:

$$\overline{m_1\vec{V}_1} + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{U}_1 + m_2\vec{U}_2, \quad (3)$$

где m_1 и m_2 – массы тел; \vec{V}_1 и \vec{V}_2 – скорости тел до удара; \vec{U}_1 и \vec{U}_2 – скорости тел после удара.

Изменение импульса каждого из тел в процессе удара происходит в результате воздействия силы:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{U}-\vec{V})}{\Delta t}, \quad (4)$$

где Δt — время соударения.

Наиболее просто рассмотреть взаимодействие на примере центрального удара двух шаров. *Удар* называется *центральным*, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.

Существуют два предельных удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий. *Абсолютно упругим* называется удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие,

немеханические, виды энергии. При таком ударе кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела восстанавливают первоначальную форму, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия упругой деформации снова переходит в кинетическую энергию, и тела разлетаются со скоростями, величина и направление которых определяются двумя условиями: сохранением полной механической энергии и сохранением полного импульса тел.

Абсолютно неупругий удар характеризуется тем, что кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию. После удара столкнувшиеся тела либо движутся с одинаковой скоростью, либо покоятся. При абсолютно неупругом ударе выполняется лишь закон сохранения импульса, закон же сохранения механической энергии не соблюдается, так как часть ее переходит во внутреннюю энергию (тела нагреваются).

При ударе реальных тел механическая энергия к концу удара восстанавливается лишь частично вследствие потерь при остаточных деформациях. Степень отличия реального удара от абсолютно упругого характеризуется коэффициентом восстановления:

$$K = \frac{E}{E_0}, \quad (5)$$

где E – механическая энергия шаров после удара,

E_0 – механическая энергия шаров до удара.

При абсолютно упругом ударе $K = 1$, при абсолютно неупругом ударе $K = 0$. При ударе реальных твердых тел, коэффициент восстановления имеет значение близкое к 1.

Теория эксперимента

В данной работе рассматривается система, состоящая из двух шаров, подвешенных на нерастяжимых нитях и движущихся в гравитационном поле Земли.

Сила сопротивления воздуха и сила трения в подвесах во много раз меньше сил упругого взаимодействия при ударе. Силы тяжести, действующие на шары, уравновешиваются в момент удара силами натяжения нитей, т.е. в системе действуют только внутренние силы, возникающие при деформации тел. Тогда система является замкнутой, и, следовательно, суммарный импульс шаров остается неизменным.

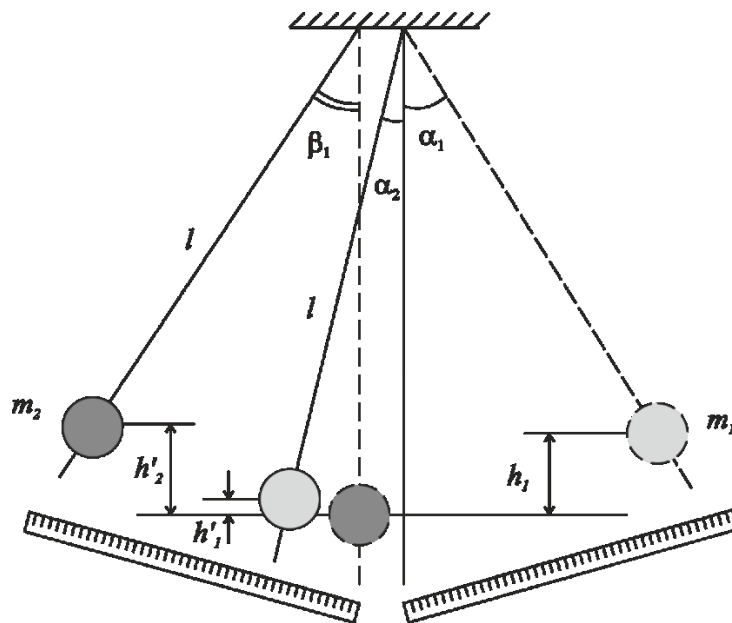


Рис. 6.1. Центральный удар шаров

На рис. 6.1 схематически изображен случай упругого удара движущегося шара массой m_1 о покоящийся шар массой m_2 . Если шар массой m_1 приобретает к моменту удара скорость \vec{V}_1 , после которого тела отскакивают друг от друга со скоростями \vec{U}_1 и \vec{U}_2 , то закон сохранения импульса имеет вид:

$$\overline{m_1 V_1} = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2, \quad (6)$$

или после проектирования на направление вектора \vec{U}_2 :

$$m_1 V_1 = m_1 U_1 + m_2 U_2 \quad (7)$$

Так как соударение происходит в положении равновесия, то пренебрегая силой трения при движении шаров в воздухе,

скорость в момент удара можно определить по высоте, с которой опускается шар (или на которую он поднимается после удара) пользуясь законом сохранения механической энергии

$$\frac{mV^2}{2} = mgh, \quad (8)$$

где m – масса шара;

V – скорость непосредственно перед ударом или после удара;

h – высота шара в крайнем положении.

Таким образом,

$$V_1 = \sqrt{2gh_1}; \quad U_1 = \sqrt{2gh'_1}; \quad U_2 = \sqrt{2h'_2} \quad (9)$$

Из рисунка 1 видно

$$h_1 = l(1 - \cos\alpha_1) = 2l\sin^2 \frac{\alpha_1}{2} \quad (10)$$

$$h'_2 = 2l\sin^2 \frac{\beta_2}{2} \quad (11)$$

$$h'_1 = 2l\sin^2 \frac{\alpha_2}{2}, \quad (12)$$

где l – длина нити подвеса шаров;

α_1, α_2 и β_2 – углы отклонения шаров.

Величины l, α_1, α_2 и β_2 являются измеряемыми в эксперименте.

Подставляя (10) – (12) в (9), получаем

$$V_1 = 2\sqrt{gl}\sin \frac{\alpha_1}{2}; \quad U_1 = 2\sqrt{gl}\sin \frac{\alpha_2}{2}; \quad U_2 = 2\sqrt{gl}\sin \frac{\beta_2}{2} \quad (13).$$

Закон сохранений импульса (7) после подстановки уравнений (11) приобретает вид:

$$m_1 \sin \frac{\alpha_1}{2} = m_1 \sin \frac{\alpha_2}{2} + m_2 \sin \frac{\beta_2}{2}, \quad (14)$$

Используя те же соотношения для вычисления коэффициента восстановления, имеем

$$K = \frac{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_2}{2} + m_2 \sin^2 \frac{\beta_2}{2}}{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}}. \quad (15)$$

Таким образом, учитывая, что массы шаров одинаковые $m_1 = m_2 = m$,

получаем расчетную формулу коэффициента восстановления

$$K = \frac{\sin^2 \frac{\alpha_2}{2} + \sin^2 \frac{\beta_2}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha_1}{2}}. \quad (16)$$

Поскольку 2-й шар до столкновения покоился, изменение его импульса равно импульсу после удара. Тогда силу, действующую на шар, найдем из уравнения

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_2 u_2}{t}, \quad (17)$$

где t – время соударения шаров.

Описание установки

Общий вид прибора для исследования столкновения шаров представлен на рисунке 2. Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют провести выравнивание прибора.

В основании закреплена колонка 3, к которой прикреплен нижний кронштейн (4) и верхний кронштейн 5.

На верхнем кронштейне расположены кронштейны со стержнями 6 и вороток 7. На стержнях 6 помещены передвигаемые держатели 8 с втулками 9, приспособленные к креплению подвесов 11. Через подвесы 11 проведены провода 12, подводящие напряжение к подвесам 13, а через них к шарам 14. В нижнем кронштейне закреплены угольники со шкалами 15, 16, и на специальных направляющих – электромагнит 17. По шкалам 15 и 16 производят измерения угловых расстояний α_1 , α_2 и β_2 .

В основании прибора расположен микросекундомер 8 – передающий напряжение к электромагниту и регистрирующий время соударения шаров, которое отображается на цифровом индикаторе.

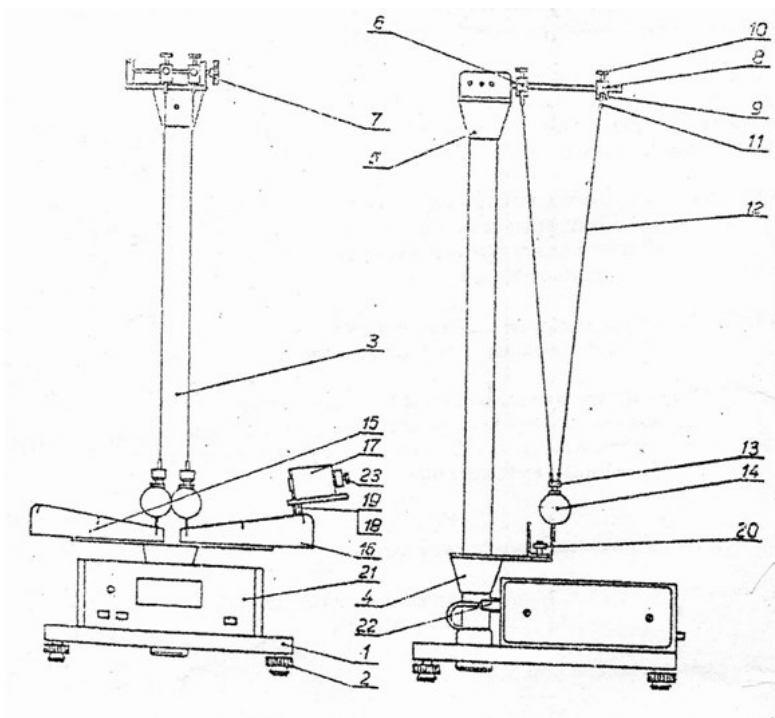


Рис. 6.2. Общий вид прибора для исследования столкновения шаров

На лицевой стороне панели микросекундомера находятся следующие кнопки:

СЕТЬ – нажатие этой клавиши вызывает включение питающего напряжения, при включении на цифровых индикаторах высвечиваются нули.

СБРОС – нажатие этой клавиши вызывает сбрасывание показания микросекундомера.

ПУСК – нажатие этой клавиши вызывает освобождение электромагнита, что приводит к движению одного из шариков, сопровождающееся измерением времени соударения шаров.

Порядок выполнения работы

1. Включить микросекундомер в сеть.
2. Над таблицей записать массу шариков m_1 , m_2 , и измеренную длину нити l , на которой подвешены шарики.
2. Нажать клавишу СЕТЬ.
3. Отжать клавишу ПУСК.

4. Правый шар отодвинуть в сторону электромагнита и заблокировать в этом положении, левый установить неподвижным в положении покоя.

5. Записать значение угла α_1 .

6. Нажать клавишу СБРОС.

7. Нажать клавишу ПУСК.

8. После столкновения шаров зарегистрировать на какое угловое расстояние α_2 и β_2 отклонились шары. Записать измеренные угловые расстояния и продолжительность столкновения шаров t в таблицу 6.1.

9. Измерения углов отклонения α_2 и β_2 и продолжительности столкновения t произвести не менее 5 раз при одном и том же значении α_1 . Результаты занести в таблицу.

Таблица 6.1

Параметры соударения шаров: длина нити $l = \dots$ см;

Масса шариков $m_1 = m_2 = 98$ г.

№ изм.	α_1	α_2	β_2	t	$\frac{\alpha_1}{\sin \frac{\alpha_1}{2}}$	$\frac{\alpha_2}{\sin \frac{\alpha_2}{2}}$	$\frac{\beta_2}{\sin \frac{\beta_2}{2}}$	V_1	U_1	U_2	K	ΔK	F	ΔF
1														
2														
3														
4														
5														
Ср. знач.	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–				

Обработка результатов измерений

1. По формулам (13) рассчитать и занести в таблицу значения V_1 , U_1 и U_2 .

2. По формуле (16) вычислить K для каждого измерения.

3. Найти $\langle K \rangle$ и $\langle \Delta K \rangle$.

4. По формуле (17) вычислить F для каждого измерения.

5. Найти $\langle F \rangle$ и $\langle \Delta F \rangle$.

6. Вычислить относительную погрешность измерения коэффициента восстановления:

$$E = \frac{\langle \Delta K \rangle}{\langle K \rangle} \cdot 100\%$$

7. Окончательные результаты представить в виде

$$F = \langle F \rangle \pm \Delta F.$$

$$K = \langle K \rangle \pm \langle \Delta K \rangle.$$

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте закон сохранения импульса.
2. Какой удар называют центральным?
4. Какой удар называют абсолютно упругим?
5. Какой удар называют абсолютно неупругим?
6. Какие законы сохранения выполняются при упругом и неупругом ударах?
7. Какая физическая величина называется коэффициентом восстановления?
8. Вывести рабочие формулы (13) и (14).
9. В чем отличие абсолютно упругого удара от абсолютно неупругого удара?
10. Какую степень представляет собой приставка «микро»? Переведите 126 микросекунд в миллисекунды.

Лабораторная работа №7.
Определение момента инерции ротора гироскопа
по угловой скорости прецессии

Цель работы

1. Изучить теорию динамики вращательного движения твердого тела.
2. Экспериментально ознакомиться с основными свойствами гироскопа.
3. Экспериментально определить зависимость угловой скорости прецессии гироскопа от момента приложенной силы, вычислить момент инерции ротора гироскопа.

Приборы и принадлежности

1. Установка ФРМ-10 (гироскоп).
2. Металлическая линейка 20см.
3. Секундомер.

Краткая теория

Динамика вращения твердого тела

Вращательное движение — это движение, при котором все точки тела описывают окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

При вращении твердого тела (рис. 7.1) вокруг оси на его поверхности две точки А и В остаются неподвижными, т.к. они лежат на оси вращения.

Угловой скоростью вращения твердого тела называется вектор $\vec{\omega}$, численно равный производной от угла поворота $\vec{\varphi}$ по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1)$$

Направление вектора $\vec{\omega}$ совпадает с направлением поступательного вращения буравчика, рукоятка которого вращается вместе с телом (рис. 7.1). Линейная скорость \vec{V} произвольной точки С вращающегося тела определяется как векторное произведение:

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}], \quad (2)$$

где $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости;

\vec{r} – радиус-вектор, проведенный в точку С из некоторой точки О на оси вращения.

Численное значение линейной скорости равно

$$V = \omega \cdot r \cdot \sin\alpha$$

при этом вектор \vec{V} направлен по касательной к окружности.

Чтобы тело с закрепленной осью привести во вращательное движение, необходимо хотя бы к одной из его точек приложить силу \vec{F} , момент которой был бы отличен от нуля.

Моментом \vec{M} силы относительно некоторой точки О называется векторное произведение радиус-вектора \vec{r} , проведенного из точки О в точку приложения силы, на вектор этой силы \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]. \quad (3)$$

В простейшем случае, когда вектор \vec{F} лежит в плоскости перпендикулярной оси вращения (рис. 7.1), направление момента силы совпадает с осью вращения, а его модуль равен:

$$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = l \cdot F, \quad (4)$$

где l – плечо силы. Из рисунка 7.1 видно, что

$$l = r \cdot \sin\alpha.$$

Иными словами, плечо силы – кратчайшее расстояние от оси вращения до точки приложения силы.

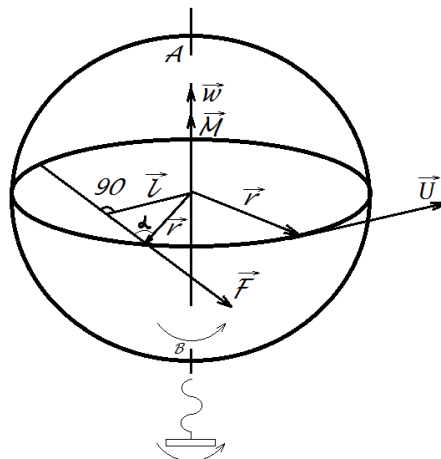


Рис. 7.1. Вращение тела вокруг оси

Если на тело действует несколько сил, то его вращение определяется суммарным моментом сил. Момент всех сил находят как сумму векторов моментов сил:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i. \quad (5)$$

Мерой инертности тела во вращательном движении вокруг оси является момент инерции тела относительно этой оси, определяемый как сумма произведений масс всех частиц тела на квадраты их расстояний от той же оси

$$J = \sum_{i=1}^k m_i r_i^2 \quad (6)$$

Для сплошного тела сумму можно заменить интегралом

$$J = \int_m r^2 dm. \quad (7)$$

Если к телу, закрепленному на оси, приложены силы, то оно будет вращаться с угловым ускорением ε , прямо пропорциональным моменту сил и обратно пропорциональным моменту инерции:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}, \quad (8)$$

где ε – угловое ускорение.

С другой стороны, по определению, угловое ускорение можно найти как производную угла поворота по времени

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Соотношение (8) является основным законом динамики вращательного движения.

Преобразуя уравнение (8), приводим его к виду

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt}. \quad (9)$$

Произведение момента инерции тела J на его угловую скорость $\vec{\omega}$ называют моментом импульса тела \vec{L} или моментом количества движения:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \quad (10)$$

С учетом выражения (10) основной закон динамики вращательного движения можно представить в виде:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (11)$$

Формула (11) применима и для системы, если \vec{L} – ее момент импульса, а \vec{M} – сумма моментов внешних сил, действующих на систему тел:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i.$$

В случае вращательного движения система называется замкнутой, если на нее не действуют внешние силы или сумма моментов внешних сил равна нулю. Для замкнутой системы:

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0; \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0; \quad \vec{L} = const. \quad (12)$$

Таким образом, закон сохранения момента импульса можно сформулировать следующим образом: момент количества движения (момент импульса) замкнутой системы относительно любой неподвижной точки с течением времени не изменяется.

Гироскоп

Гироскопом называется симметричное массивное тело, вращающееся с большой скоростью вокруг горизонтальной оси симметрии. На рис. 7.2 ось вращения OZ является осью симметрии.

Если точка O совпадает с центром инерции, гироскоп называют уравновешенным или астатическим.

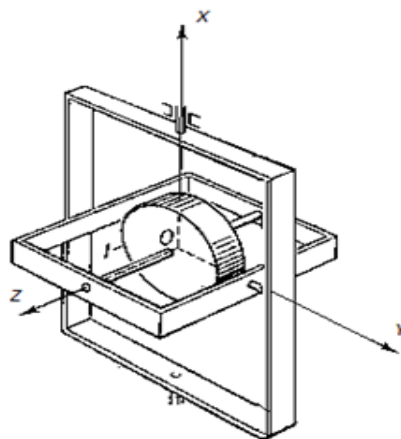


Рис. 7.2. Схема гироскопа

На рис. 7.2 представлена схема гироскопа с тремя степенями свободы (осями вращения). Первая – вращение ротора вокруг собственной (главной) оси OZ; вторая – вращение оси OZ вместе с внутренней рамкой вокруг оси OY; третья – вращение совместно с внешней рамкой вокруг оси OX.

Если ротор гироскопа вращается с большой угловой скоростью относительно оси OZ, то в рамках приближенной теории гироскоп будет обладать следующими свойствами:

- при отсутствии воздействия на гироскоп моментов внешних сил сохраняется устойчивое направление главной оси в пространстве;

- при наличии момента какой-либо внешней силы относительно одной из осей гироскопа, он будет вращаться (прецессировать) вокруг другой оси;

- прецессионное движение оси ротора гироскопа практически безынерционно.

Свойство гироскопа двигаться в направлении, перпендикулярном действующему усилию, объясняется тем, что при изменении положения оси быстровращающегося ротора у него возникает поворотное или кориолисово ускорение.

Известно, что кориолисово ускорение получает любая материальная точка, участвующая одновременно в двух движениях: перемещении в какой-либо плоскости со скоростью \vec{V} и вращении совместно с этой плоскостью относительно некоторой оси с угловой скоростью $\vec{\omega}$ (рис. 7.3).

Сущность кориолисова ускорения заключается в том, что по мере изменения положения точки относительно оси вращения изменяется ее тангенциальная скорость вращения как по модулю, так и по направлению. Кориолисово ускорение определяется выражением:

$$\vec{a}_k = 2[\vec{\omega}, \vec{V}]. \quad (13)$$

Соответственно, на эту точку действует кориолисова сила

$$\vec{F}_k = 2m[\vec{\omega}, \vec{V}] \quad (14)$$

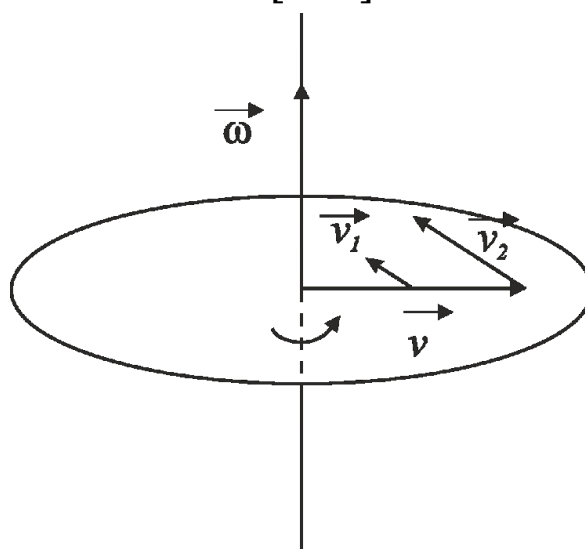


Рис. 7.3. Вращение с перемещением в плоскости

Кориолисовы силы действуют и в случае одновременного вращения тела относительно двух осей (рис. 7.4).

Если тело вращается вокруг оси Z с угловой скоростью ω и одновременно его поворачивают вокруг оси X , то каждая точка тела во втором случае получает некоторую линейную скорость v в плоскости вращения, что согласно уравнению (13) вызовет вращение вокруг оси Y (рис. 7.4).

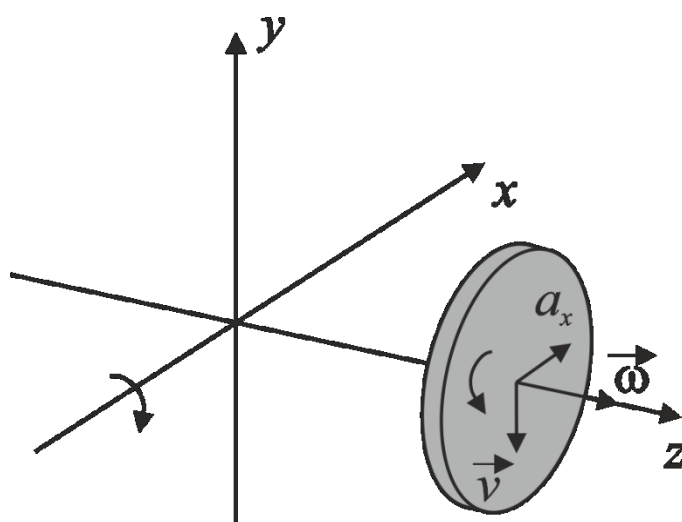


Рис. 7.4. Вращение вокруг двух осей

Момент силы \vec{M} , вызывающий появление сил Кориолиса и прецессию гироскопа, связан с моментом его импульса соотношением

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{L}, \Omega], \quad (15)$$

где Ω —угловая скорость прецессии, с^{-1} .

Первая часть этого выражения – основной закон динамики вращательного движения (11), вторая – реакция гироскопа в соответствии с законом сохранения момента импульса приводит к повороту вокруг другой оси с угловой скоростью Ω .

Описание установки

Механическая конструкция прибора представлена на рис. 7.5. На основании 1 оснащенном ножками с регулируемой высотой, закреплена колонка 2. На колонке закреплена кронштейн 3, на котором помещены фотоэлектрический датчик 4 (№1) и внешняя втулка вращательного соединителя 5.

Соединитель 5 позволяет гироскопу поворачиваться вокруг вертикальной оси и одновременно обеспечивать питание фотоэлектрического датчика 6 (№2) и электрического двигателя 7 посредством разъемов.

Электродвигатель смонтирован на кронштейне 8 таким образом, чтобы обеспечивался его ограниченный поворот в вертикальной плоскости. На вале двигателя закреплена маховик 9, защищаемый экраном 10. Рычаг 11, закрепленный на корпусе двигателя, имеет метрическую шкалу. На рычаге закреплена груз 12. Перемещая груз по рычагу, можно добиться равновесия механической системы гироскопа.

Угол поворота гироскопа вокруг вертикальной оси можно измерять при помощи указателя 14 угловой шкалы, нанесенной на диск 13. Диск имеет на окружности прорези через каждые 10° , которые, подсчитываемые фотоэлектрическим датчиком №1, передают в блок измерения и управления 15 информацию об угле поворота гироскопа.

Маховик 9 имеет по окружности нарезки, которые, подсчитываемые фотоэлектрическим датчиком №2, передают в блок 15 информацию о скорости оборотов электродвигателя.

Лицевая панель блока управления и измерений представлена на рис. 7.6. На лицевой панели находятся следующие манипуляционные элементы:

СЕТЬ – выключатель сети. Нажатие этой клавиши вызывает включение питающего напряжения. Об этом говорит свечение цифровых индикаторов, высвечивающих цифру ноль и свечение лампочек фотоэлектрических датчиков №1 и №2.

СТОП – окончание измерений. Нажатие этой клавиши вызывает генерирование сигнала разрешения на окончание процесса счета.

СБРОС – сброс измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сброс схем блока измерений и генерирование сигнала разрешения на измерения.

Рег. скорости – вращение потенциометром вызывает включение напряжения питания двигателя и управления скоростью оборотов двигателя.

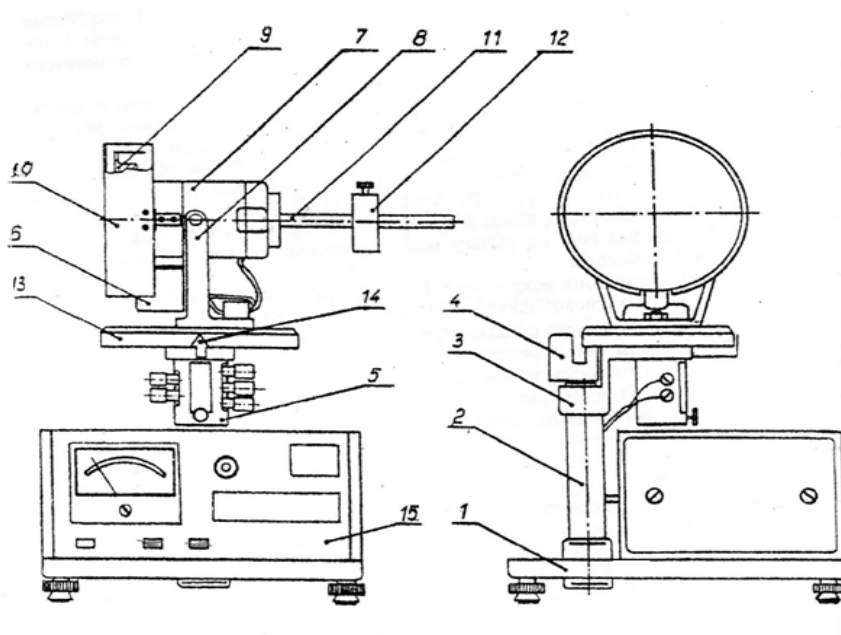


Рис. 7.5. Конструкция прибора

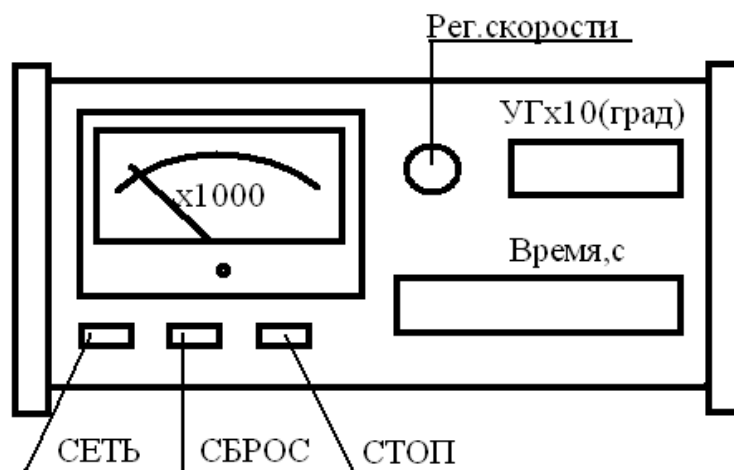


Рис. 7.6. Блок управления прибора

Прядок проведения работы

Упражнение №1

1. Пронаблюдать основные свойства гироскопа.
 - 1.1. Пронаблюдать возникновение момента гироскопической реакции:
 - уравновесить гироскоп при помощи груза 12;
 - настроить обороты двигателя примерно на 6000 об/мин.;
 - повернуть диск с зубцами 13 на некоторый угол;
 - наблюдать отклонение маховика 9 от строго вертикальной плоскости.
 - 1.2. Проследить за влиянием удара на гироскоп:
 - воздействовать резкими несильными ударами на главную ось гироскопа, проходящую вдоль рычага 11, пытаясь сместить в вертикальной и горизонтальной плоскостях;
 - убедиться в устойчивости положения главной оси гироскопа в пространстве.

Упражнение №2

Исследовать прецессионное движение гироскопа.

1. Измерить угол и время прецессии:
 - уравновесить гироскоп при помощи груза 12;

- по линейке на рычаге 11 определить положение равновесия груз l_0 ;
- настроить обороты двигателя примерно на 6000 об/мин.;
- установить плечо l внешней силы, переместив груз по линейке на 2 см влево или вправо от положения равновесия l_0 ;
- нажать кнопку СБРОС;
- для задаваемого угла прецессии φ (не менее 30°) определить время t прецессии, для чего нажать кнопку СТОП, когда счетчик угла поворота показывает значение на 10° меньше задаваемого;
- значение плеча l , угла поворота φ и времени прецессии t занести в таблицу;
- опыты повторить для 4^x значений φ и l по указанию преподавателя, результаты занести в таблицу 7.1.

2. Вычислить и занести в таблицу 7.1 значения момента импульса гироскопа.

Таблица 7.1

Определение момента импульса гироскопа

Масса груза 12 $m=0,375$ кг

№	l , м	$M=mgl$, Нм	φ , град.	t , с	$\Omega = \frac{2\pi\varphi}{360 t}$, c^{-1}	$L=M/\Omega$, Нм·с	ΔL , Нм·с
1							
2							
3							
4							
Ср.							

Упражнение №3

Изучение уравновешенного гироскопа

1. Настроить обороты двигателя примерно на 6000 об/мин.;
2. Установить груз на линейке на отметку «0»;
3. Вручную установить горизонтальное положение главной оси ротора (совпадает с линейкой) в горизонтальное положение.

4. Нажать кнопку СБРОС;
5. Измерить время t прецессии для задаваемого угла прецессии φ (не менее 30^0). Для чего нажать кнопку СТОП, когда счетчик угла поворота показывает значение на 10^0 меньше задаваемого. Время занести в таблицу 7.2.
6. Сдвинуть груз по линейке на рычаге 11 на 1 см
7. Вручную установить горизонтальное положение главной оси ротора (совпадает с линейкой) в горизонтальное положение.
4. Нажать кнопку СБРОС;
5. Измерить время t прецессии для задаваемого угла прецессии φ . Время занести в таблицу 7.2.
6. Повторить опыты 7-8 раз, сдвигая груз по линейке на 1 см, результаты занести в таблицу 7.2.

Таблица 7.2

Масса груза 12 $m=0,375$ кг

№	l , см	φ , град.	t , с	Ω , с ⁻¹
1	0			
2	1			
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			
7	6			
8	7			
9	8			
Ср.	-	-	-	

Обработка результатов измерений

Упражнение №2

1. По среднему значению момента импульса определить момент инерции ротора и маховика гироскопа (кг·м²):

$$\langle J_{\Gamma} \rangle = \langle L \rangle \omega_{\text{дв.}}$$

При этом $\omega_{\text{дв.}}$ – угловая скорость двигателя определяется по формуле $\omega_{\text{дв.}} = 2\pi n/60$, где $n = 6000$ об/мин.

2. Вычислить относительную и абсолютную погрешности определения момента импульса:

$$E = \frac{\Delta J_{\Gamma}}{J_{\Gamma}} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta n}{n}$$

Δn — взять равным половине минимального деления шкалы прибора;

ΔL — из таблицы.

3. Найти абсолютную погрешность определения момента инерции:

$$\Delta J_{\Gamma} = E \cdot J_{\Gamma} ;$$

4. Результат представить в виде :

$$J_{\Gamma} = \langle J_{\Gamma} \rangle \pm \Delta J_{\Gamma} ;$$

5. По данным таблицы построить график зависимости

$$\Omega = f(M).$$

Упражнение №3

1. По формуле

$$\Omega = \frac{2\pi\varphi}{360^{\circ}t},$$

рассчитать угловую скорость прецессии гироскопа, занести в таблицу 7.2.

2. На миллиметровой бумаге построить график зависимости угловой скорости прецессии от положения груза на линейке $\Omega = f(l)$ аналогично рисунку 7.7.

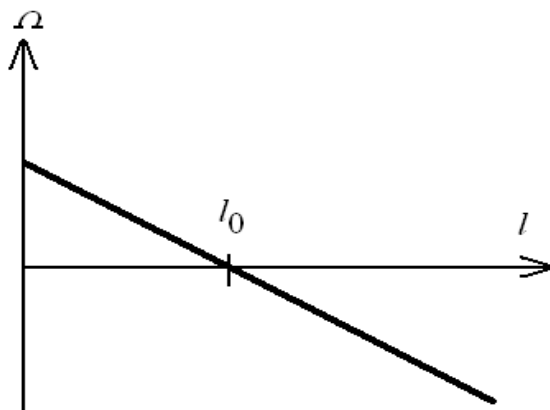


Рис.7.7. Зависимость угловой скорости от положения груза

3. Из графика определить положение равновесия груза l_0 , соответствующее уравновешенному гироскопу.

4. Вычислить относительную погрешность измерений

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta t}{t}.$$

За абсолютную погрешность измерения длины l необходимо взять цену деления шкалы линейки, за абсолютную погрешность измерения времени также взять цену деления шкалы секундомера. В случае измерения времени секундомером телефона за погрешность измерения времени берется 0,01с.

5. Окончательные результаты записать в виде:

5.1. Уравновешенному гироскопу соответствует положение груза $l_0 = l \pm \Delta l$, см.

5.2. Относительная ошибка измерений составляет

$$\varepsilon = \text{_____} \%$$

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется свободным гироскопом?
2. Что называется астатическим гироскопом?
3. Перечислить основные свойства гироскопа.
4. В чем заключается суть прецессии?
5. Что называется гироскопическим эффектом?
6. Когда возникает кориолисово ускорение?
7. Как определить направление кориолисовой силы?
8. Где проявляются гироскопические эффекты?
9. Можем ли мы в быту увидеть проявление кориолисовой силы?
10. Почему направление удара на ось гироскопа не совпадает с дальнейшим движением оси гироскопа?

Лабораторная работа №8. Определение максимальной мощности мотора

Цель работы

1. Экспериментально исследовать зависимость мощности мотора от внешней нагрузки и построить соответствующий график;
2. Графически определить максимальное значение полезной мощности мотора.

Приборы и принадлежности

1. Прибор для определения мощности мотора.
2. Автотрансформатор.
3. Секундомер.
4. Штангенциркуль.

Краткая теория

Элементарная работа δA силы \vec{F} , совершаемая при перемещении \vec{ds} материальной точки под действием этой силы, равна скалярному произведению векторов \vec{F} и \vec{ds} .

$$\delta A = (\vec{F} \cdot \vec{ds}) = F \cdot ds \cdot \cos\alpha, \quad (1)$$

где α – угол между векторами \vec{F} и \vec{ds} .

Работа, совершаемая на конечном участке S траектории, равна сумме элементарных работ и определяется выражением

$$\int_0^S (\vec{F} \cdot \vec{ds}) = \int_0^S F \cdot \cos\alpha \cdot ds. \quad (2)$$

Если действующая сила на всем участке траектории постоянная, то есть

$$\begin{aligned} F \cdot \cos\alpha &= \text{const}, \quad \text{то} \\ A &= F \cdot S \cdot \cos\alpha \end{aligned} \quad (3)$$

В случае вращательного движения твердого тела элементарная работа δA равна произведению результирующего момента M относительно оси вращения всех сил, действующих

на тело, на элементарный угол $d\varphi$ поворота тела вокруг этой оси.

$$\delta A = M \cdot d\varphi \quad (4)$$

Аналогично предыдущему, при постоянстве результирующего момента сил, работа может быть вычислена по формуле:

$$A = M \cdot \varphi. \quad (5)$$

В выражениях (4) и (5) под моментом M силы \vec{F} понимается произведение величины силы на ее плечо l :

$$M = F \cdot l = F \cdot r \cdot \sin\alpha, \quad (6)$$

где \vec{F} – вектор силы;

\vec{r} – радиус-вектор точки приложения силы;

α – угол между векторами \vec{r} и \vec{F} .

В частном случае, когда сила направлена по касательной к траектории точки, движущейся по окружности, момент силы равен произведению ее модуля на радиус окружности:

$$M = F \cdot R. \quad (7)$$

Для оценки эффективности механизма важно знать, как быстро он совершает работу, т.е. знать его мощность.

Мощность – это работа, совершаемая за единицу времени:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \left(\vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} \right) = (\vec{F} \cdot \vec{V}) = F \cdot V \cdot \cos\alpha, \quad (8)$$

где \vec{V} – скорость точки,

α – угол между векторами \vec{F} и \vec{V} .

При вращательном движении твердого тела мощность равна:

$$N = M \cdot \frac{d\varphi}{dt} = M \cdot \omega, \quad (9)$$

где $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ – угловая скорость.

С учетом выражения (7) формула (9) принимает вид

$$N = F \cdot R \cdot \omega \quad (10)$$

Выражая угловую скорость через число оборотов в единицу времени:

$$\omega = 2\pi \cdot n \quad (11)$$

приходим к выражению

$$N = F \cdot R \cdot 2\pi \cdot n. \quad (12)$$

Единицей мощности в системе СИ является 1 Вт (Ватт). Для того, чтобы получить мощность в Ваттах, необходимо силу взять в Ньютонах, а радиус – в метрах. В процессе опытов сила будет измеряться в граммах: $1\text{Г} = 9,8 \times 10^{-3}\text{ Н}$. Тогда расчетной формулой мощности будет:

$$N = F \cdot R \cdot 2\pi n \cdot 9,8 \cdot 10^{-3} = 0,0615 F \cdot R \cdot n \text{ (Вт)}, \quad (13)$$

где F – тормозящая сила, Г

R – радиус шкива, м,

n – число оборотов в секунду.

Физическая величина, характеризующая способность тела совершать работу, называется *энергией*. Если тело совершает работу, его энергия уменьшается, а энергия тела, над которым совершают работу, увеличивается. То есть в процессе совершения работы тела обмениваются энергией, равной по величине этой работе.

В общем случае учитываются не только механические, но и другие виды взаимодействия. Изменение энергии системы равно алгебраической сумме работ всех сил (внешних и внутренних), действующих на элементы системы.

В частности, при рассмотрении действия электрического мотора необходимо учитывать, что передаваемая ему извне энергия электрического тока последовательно преобразуется в энергию магнитного поля, затем в энергию вращательного движения якоря двигателя, которая далее расходуется на преодоление приложенного к валу момента внешних сил, т.е. на

совершение полезной работы. При этом часть энергии переходит в тепловую (кинетическую энергию хаотического движения молекул), что обусловлено нагреванием деталей мотора из-за сопротивления проводов обмотки двигателя, трения и т.д., т.е. совершается так называемая внутренняя работа.

Отношение полезной работы к затраченной энергии (полной работе) называется *коэффициентом полезного действия*:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн.}}}{A_{\text{полн.}}} \cdot 100\%, \quad (14)$$

где $A_{\text{полезн.}}$ и $A_{\text{полн.}}$ —соответственно, полезная и полная работы.

Учитывая, что по определению мощность равна работе, совершаемой за единицу времени, можно написать

$$\eta = \frac{N_{\text{полезн.}}}{N_{\text{полн.}}} \cdot 100\% \quad (15)$$

В рассматриваемом случае работы электромотора в качестве полной мощности $N_{\text{полн.}}$ следует взять мощность электрического тока:

$$N = I \cdot U = \frac{U^2}{R}, \quad (16)$$

где I – сила тока;
 U – напряжение;
 R – сопротивление.

Описание установки

Прибор состоит из электрического мотора, укрепленного на деревянной панели (рис. 8.1). На оси мотора 1 надет деревянный шкив 2. Мотор оснащен счетчиком оборотов. На вертикальной стойке 3 имеются подвижная поперечная планка 4, на которой крепятся два динамометра 5 со шкалой 400Г. На крючки динамометров надета тесьма 6, тормозящая вращение шкива 2.

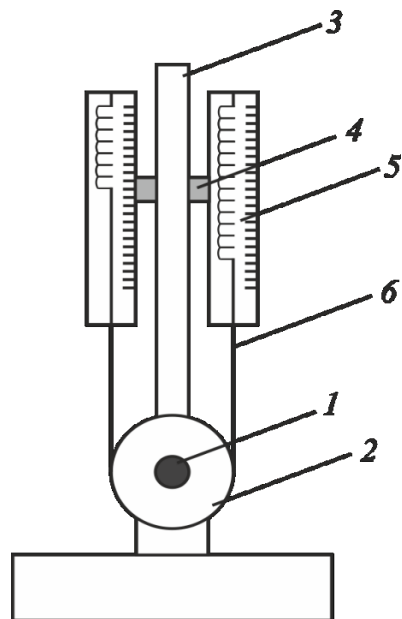


Рис. 8.1. Схема установки

Порядок выполнения работы

1. Измерить радиус шкива штангенциркулем.
2. Подать на мотор напряжение 150 В.
3. Установить указатели динамометров на отметку 30 Г. Включить мотор и определить показания динамометров F_1 и F_2 . Результаты занести в таблицу 8.1.
4. При данной нагрузке определить время, за которое вал двигателя сделает указанное в таблице число оборотов. Где 1 оборот счетчика соответствует 200 оборотам вала.
5. Увеличивая натяжение тесьмы каждый раз на 30Г проделать опыт 7 раз. Занести показания динамометров и время в таблицу.

Таблица 8.1

Влияние нагрузки на мощность двигателя

	Число оборотов	Время, с	n , число обор. в с	F_1 , Г	F_2 , Г	$F=F_1-F_2$, Г	N , Вт
1	1000						
2	1000						
3	800						
4	800						
5	600						
6	600						
7	400						

Обработка результатов измерений

1. Вычислить число оборотов двигателя в секунду.
2. Вычислить значения нагрузки $F = F_1 - F_2$.
3. Рассчитать для каждой нагрузки полезную мощность мотора по формуле (13).
4. Построить график зависимости числа оборотов в секунду n от нагрузки F .
5. Построить график зависимости полезной мощности мотора N от величины нагрузки F .
6. Из графика найти число оборотов и величину внешней нагрузки, при которых полезная мощность достигает максимума.
7. Определить по графику максимальную полезную мощность мотора.
8. Вычислить относительную погрешность измерения мощности по формуле

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta n}{n} + \frac{\Delta F_1 + \Delta F_2}{F} + \frac{\Delta R}{R}$$

$\Delta n, \Delta F_1, \Delta F_2, \Delta R$ —берут равными половине точности прибора,

n, F, R — соответствующие максимальной мощности.

9. Рассчитать абсолютную погрешность:

$$\Delta N_{\max} = N_{\max} E.$$

10. Результат представить в виде

$$N_{\max} = (N_{\max} \pm \Delta N_{\max}).$$

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения: работа, мощность, энергия
2. Дайте понятия полной и полезной мощности, к.п.д.
3. Расскажите о превращениях энергии в двигателе.
4. Выведите формулу расчета полезной мощности мотора.
5. Проанализируйте построенные графики.
6. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
7. Запишите единицы измерения мощности, энергии, работы.
8. Дайте определение: момент силы.
9. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения
10. Дайте определение вращательного движения.

Заключение

Лабораторный практикум дает возможность обучающимся пользоваться современными приборами для точного измерения физических величин, а также позволяет изучить некоторые явления и законы природы, что способствует подготовке бакалавров и специалистов, знающих современную сложную технику и умеющих её использовать.

Ответы на «Вопросы для подготовки к отчету по работе» и выполнение заданий, представленных в лабораторном практикуме, будет способствовать формированию у обучающихся знаний, умений, навыков, необходимых выпускникам направлений подготовки: 20.03.01 – «Техносферная безопасность», 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», а также специальности 23.05.01 – «Наземные транспортно-технологические средства».

Список использованной литературы

1. Родионов, В. Н. Физика: учебное пособие для академического бакалавриата / В. Н. Родионов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 265 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-08600-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437388> (дата обращения: 14.02.2022).
2. Зотеев, А. В. Общая физика: лабораторные задачи : учебное пособие для академического бакалавриата / А. В. Зотеев, В. Б. Зайцев, С. Д. Алекперов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 251 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-04283-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/415569> (дата обращения: 14.02.2022).
3. Грабовский, Р. И. Курс физики : учебное пособие для вузов / Р. И. Грабовский. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-9073-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/184052> (дата обращения: 14.02.2022).
4. Кравченко, Н. Ю. Физика : учебник и практикум для вузов / Н. Ю. Кравченко. — Москва : Юрайт, 2021. — 300 с. // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469568>. — Текст : электронный (дата обращения: 14.02.2022).
5. Хворов, Ю. А. Лабораторный практикум по физике (механика, молекулярная физика) : учебное пособие / Ю. А. Хворов, Т. Н. Астафьева, С. А. Юрченко. — 2-е изд. — Кызыл : ТувГУ, 2020. — 124 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/175182> (дата обращения: 14.02.2022).
6. Методические указания к лабораторным работам по физике., часть 1 «Механика»./ сост. И.М.Скумбин, В.А.Волков, ФГОУ ВПО «Пермская ГСХА». — Пермь: Изд-во ФГОУ ВПО «Пермская ГСХА», 2004. — 80 с.

Учебное издание

Рысин Кирилл Юрьевич, Шестакова Наталия Константиновна
МЕХАНИКА

Лабораторный практикум

Подписано в печать 7.10.22. Формат 60x84¹/16.

Усл. печ. л.. 5.06 Тираж 30 экз. Заказ № 83

ИПЦ «Прокрость»

Пермского государственного аграрно-технологического
университета имени академика Д.Н. Прянишникова,
614990, Россия, Пермь, ул. Петропавловская, 23